ARBETSBLAD

Åk 8

LÄRARFACIT

Kap 1: Bråk och procent

1007 $\frac{14}{29}$ är närmast 50 %.

1014 $\frac{99}{100}$ är störst.

1021 15 % av klasssens elever är vänsterhänta.

1028 Kenny har fel. Med hans resonemang skulle han inte behöva betala någonting alls om han köper 10 skivor.

1034 Talet 5 passar inte in. Alla andra tal är lika stora.

1040 Frågan går inte att svara på så länge man inte vet antalet musiker inom respektive genre.

1046 Det stämmer inte. Asta ska dividera sänkningen med priset från början vilket var (249 + 76) kr = 325 kr. Det innebär att sänkningen var 76 / 325 ≈ 23 %.

1051 Skillnaden i vikt var 145 g.

a) $\frac{145}{3\,345} \approx 4{,}3$ %

b) $\frac{145}{3\,490} \approx 4{,}2$ %

1052 Antag att en vara kostar 100 kr utan moms. Med momsen 25 % blir priset 125 kr. Av priset är 1/5 moms eftersom 25 kr är en femtedel av 125 kr. Av priset är alltså 20 % moms.

1057 T ex 300 / 4 kr = 75 kr eller $0{,}25 \cdot 300 = 75$ kr.

1062 Frågan går inte att svara på eftersom det är beroende av hur lång tid sammanlagt de båda lägger ner på sina läxor.

1067 Det beror på. att Oscars tidigare lön var bra mycket högre än Stinas.

1071 I lilla flaskan är 5 cl saft och 20 cl vatten. I stora flaskan är 12,5 cl saft och 37,5 cl vatten. I tillbringaren blir det 17,5 cl saft. Sammanlagt finns det 75 cl dryck i tillbringaren. Andelen saft är

$$\frac{17{,}5}{75} = \frac{175}{750} = \frac{175/25}{750/25} = \frac{7}{30}.$$

1072 Anna har rätt. Antag t ex att varan från början kostar 100 kr. Efter första höjningen kostar den 110 kr. Den andra höjningen är 11 kr och varan kostar då 121 kr. Höjningen sammanlagt är därför 21 / 100 = 21 %.

1078 T ex 0,4 · 700 kr eller $\frac{2}{5} \cdot 700$ kr

1084 16 % av 45 kr =
= 0,16 . 45 kr = 16 . 0,45 kr =
= 45 % av 16 kr.
Det är alltså lika mycket.

1090 Robin tänker fel. Om priset sänks med 100 % blir det gratis. Med mer än 100 % får man betalt av affären om man köper.

1094 a) Vi kan kalla basens längd för a och höjden för b. Arean är då ab. Den nya basen blir $0{,}7a$ och den nya höjden $1{,}4b$. Arean av den nya rektangeln är $0{,}7a \cdot 1{,}4b = 0{,}98\text{ab}$. Den nya rektangeln har alltså 0,02 = 2 % mindre area än den ursprungliga.
b) Det gäller att hitta två tal i decimalform vars produkt är 1,5. Det gäller t ex för talen 1,2 och 1,25. Det betyder att arean blir 50 % större om basens längd ökar med 20 % och höjden med 25 % – eller tvärtom.

1095 Skillnaden i höjd är 110 m.

a) $\frac{110}{190} \approx 58$ %

b) $\frac{110}{300} \approx 37$ %

1096 Antag att det är 10 000 sammanlagt som röstar vid båda valen. Första valet fick Folkpartiet 6 % vilket motsvarar 600 röster. Vid nästa val blev antalet röster 900. Det innebär en ökning med 50 %.

1102 Man kan t ex räkna ut att 1 % av talet är 4. Hela talet är därför 400. Man kan också multiplicera med 50. Eftersom 2 % är 8 så är 100 % lika med $50 \cdot 8 = 400$.

1108 –

1114 Erbjudandena är lika bra, 25 % i båda fallen.

1116 40 % av skidornas pris motsvarar 1 192 kr. Det innebär att skidornas ordinarie pris var 1 192 / 0,4 kr = 2 980 kr. Ulrika fick betala (2 980 – 1 192) kr =
= 1 788 kr.
Sammanlagt handlade Ulrika för (1 788 + 1 540 + 850) kr = 4 178 kr. Skidornas andel av köpet var 1 788 / 4 178 ≈ 43 %.

1119 a) Avståndet till solen är 375 000 / 0,0025 km =
= 150 000 000 km. Tiden det skulle ta är
150 000 000 / 30 000 h =
= 5 000 h = 5 000 / 24 dygn ≈
≈ 210 dygn.
b) Tiden blir
150 000 000 / 3 000 h =
= 50 000 h ≈ 2 083,33 dygn ≈
≈ 5,7 år ≈ 5 år 8 mån.

1120 Enklast är att använda hela tal. Låt oss anta att $y = 100$. Då är $x = 150$. Vi får att 100 är 50 / 150 ≈ 33 % mindre än 150. Svaret på frågan i uppgiften är alltså nej.

1125 Det betyder att man får 3 % av kapitalet i ränta om pengarna står inne på kontot ett år.

1130 –

1135 Om räntan på en månad är 100 kr så är årsräntan 1 200 kr. Eftersom lånet är 1 000 kr är räntesatsen 120 %.

1136 4 200 kr är lika med 6 % av kapitalet. Detta är alltså 4 200 / 0,06 kr = 70 000 kr. Efter Årets slut har Andreas på sitt konto (70 000 + 4 200) kr = = 74 200 kr.

1137 b) Ökningen är 1,2 / 5,3 ≈ ≈ 0,226 = 23 %

1138 Räntesatsen är 420 / 12 000 = 3,5 %.

1139 Räntan under 2012 var 144,90 kr. Om pengarna varit på kontot hela året hade räntan varit 0,035 · 12 420 kr = = 434,70 kr. 144,90 kr är en tredjedel av 434,70 kr. Pengarna togs alltså ut efter 4 månader.

1140 En ökning från 1 % till 2 % innebär en ökning av en procentenhet och en ökning med 100 %.

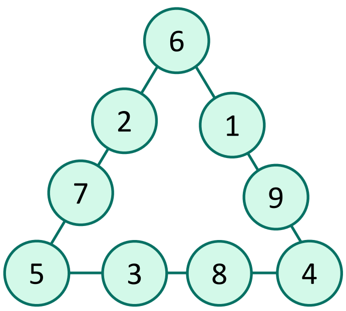
1189 Shanghais tunnelbanenät är 1,025 · 415 km ≈ 425,4 km. Procent kortare: 10 / 425,4 ≈ 2,4 %

Läxa 1

8 Eftersom täljaren är mindre än halva nämnaren så är 13/27 mindre än 50 %.

12 Planens area: 112,5 . 64 m2 = 7 200 m2
Klipper per sekund: 1,5 m2
Tid: 7 200 / 1,5 s = 4 800 s = = 1 h 20 min

Veckans problem



Läxa 2

8 Asta kanske vet att 1/4 = 25 %. Då är 3/4 tre gånger så mycket, alltså 75 %.

12 På 8 dagar hinner 20 män utföra 160 dagsverken (dv). Hela arbetet omfattade 4 · 160 dv = 640 dv. Det återstod (640 – 160) dv = 480 dv. För att hinna med det på 5 dagar behövs 480 / 5 män = 96 män. Man behövde alltså anställa (96 – 20) män = 76 män.

Veckans problem

Det dröjer en dag till.

Läxa 3

8 T ex 1/0,2 = 5.

12 Sedan Mårten fått sin andel återstår 2 240 kr. Av det får Johan 2/5 vilket motsvarar 896 kr. Johans andel av hela vinsten är 896/4 032.

Vi kan förkorta med 4 och får då 224/1008. Vi kan förkorta med 4 en gång till och får då 56/252. På det här sättet kan vi fortsätta att förkorta och kommer så småningom till att Johans andel är 2/9.

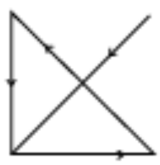
Veckans problem

A	7	1	6	1
8	6	3	5	2
3	4	2	4	9
4	6	5	9	7
9	1	2	3	B

Läxa 4

8 En ökning från 10 % till 11 % är en ökning med en procent-enhet och också en ökning med 10 %.

Veckans problem



Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 0,5
b) 2,5
c) 18
d) 6

2 a) =
b) >
c) <

3 a) 2 5 00 000
b) 630 207
c) 0,02 eller 2/100
d) 1,5 eller 1 1/2

4 a) 35 000
b) 4 930

5 a) 3
b) 300
c) 0,3
d) 0,03

6 9,1

7 A och C

8 a) 3,5
b) 5

9 a) 900
b) 1,8
c) 9

10 Störst: 1/3
Minst: 1/5

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 88 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

En IKEA-katalog är ungefär 1 cm tjock. För att få plats med alla kataloger krävs därför en bokhylla som är 200 000 000 cm = 2 000 000 m = 2 000 km = 200 mil. Jämför med Sveriges längd som är ca 157 mil.

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 82 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 a) 15 600 kr
b) 11 700 kr
c) 3 900 kr

2 2 380 kr

3 9 000 kr

4 Antag att en möbel kostar 10 000 kr. På fredag kostar den 4 000 kr och på lördag 2 000 kr. Påståendet stämmer alltså om möbeln kostar 10 000 kr. Men stämmer det för alla priser? Vi kan visa att detta gäller för alla priser genom att kalla det ordinarie priset för a kr. På fredag är rabatten 60 % vilket innebär att priset då är 0,4a kr. På lördag är rabatten 80 % vilket innebär att priset är 0,2a kr.

5 Det gäller onsdag-fredag och fredag-lördag.

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Potens”.

1 Värdet förändras inte alls.

2 Nej, t ex är 50 % av 10 kr mindre än 30 % av 20 kr.

3 Man kan t ex skriva 3/4 = 0,75 och sen jämföra med 0,7.

4 Man kan t ex förlänga med 5 till 65/100 eller utföra divisionen 13/20 = 0,65.

5 En ökning från 10 kr till 30 kr är en ökning med 200 %.

6 Om en andel ökar från 1 % till 2 % så är ökningen 1 procentenhet. Men eftersom andelen blivit dubbelt så stor är ökningen 100 %.

7 Räntan på 500 kr motsvarar en årsränta på 6 000 kr vilket är lika med 60 % av 10 000 kr.

Problemlösning

1 11 personer

2 Se bild:

28	21	23
19	24	29
25	27	20

3 90 km

4 Tåget ska tillryggalägga sträckan 1 km, vilket tar 1 min.

5 a) 1 + 2 + 3 + 4 + 5 – 6 = 9
b) 1 + 2 + 3 + 4 – 5 + 6 = 11
c) 1 + 2 + 3 – 4 + 5 + 6 = 13

6 Det finns åtta tal av det slag som beskrivs i problemtexten. Dessa tal är 135, 159, 357, 531, 579, 753, 951 och 975. Av dessa är det bara 357 som är delbart med 7.

7 Den första bilen hinner 1,5 km på en minut. Den andra hinner 2 km per minut. En minut innan de möts är därför avståndet 3,5 km.

8 Om man delar in hela arbetet i sex delar, innebär det att Adam klarar 1 del per timme, medan Eva klarar av 1,5 del per timme. När Adam arbetat en timme återstår fem delar. På 2 h klarar Adam av två av dessa delar medan Eva klarar av de återstående tre delarna. Rätt svar är alltså 2 h.

Kap 2: Bråk och potenser

2006 –

2012 Man kan t ex tänka att 2 = 8/4 . Tillsammans med 3/4 blir det 11/4.

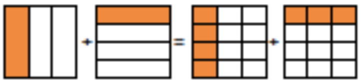
2018 Det finns oändligt många.

2024 Det är förstås fel. Det är 24/25 vatten också i en halv gurka.

2029 Emelie har adderat täljare och nämnare.

2034 7/12 är ett större tal än 1/3.

2039



$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

2043 Antalet träd uppgår till 3 · 480 = 1 440. Av dessa är antalet granar 480 och antalet tallar 1 440 / 4 = 360. Övriga träd är 1 440 – 480 – 360 = 600. Av dessa är hälften, dvs 300, lövträd. Hälften av antalet lövträd är björkar och hälften andra lövträd. Antalet andra lövträd är alltså 300 / 2 = 150.

2044 En lösning är x = 3 och y = 6. Det finns oändligt många lösningar.

2049 Noah tänker fel. Det är precis tvärtom.

2054 När man förlänger ett bråk multipliceras täljare och nämnare med samma tal. När man multiplicerar med 2 är det endast täljaren som ska multipliceras.

2059 Det stämmer. Man kan t ex visa det med hjälp av en bild. En

kvadrat delas i femtedelar. Femtedelarna delas mitt itu. Då ser man att hälften av en femtedel är en tiondel. På motsvarande sätt kan man visa att en femtedel av en halv också är en tiondel.

2063 Tre fjärdedelar av männen är lika med 3/4 · 120 män = = 90 män. Tre femtedelar av kvinnorna är 3/5 · 150 kvinnor = = 90 kvinnor. Av de 270 tillfrågade var det alltså 180 som svarade ”minst en eller ett par gånger i veckan”. Det motsvarar 180/270 = 2/3 av alla tillfrågade.

2064 Antag att priset för 30 år sen var 20 kr och att det idag är 4,5 · 20 kr = 90 kr. Ökningen är 70 kr och ökningen i procent lika med 70 / 20 = 3,5 = 350 %.

2069 Det stämmer.

2074 När man förkortar med 2 divideras både täljare och med 2. När man dividerar med 2 är det endast täljaren som divideras med 2.

2079 Man kan t ex göra om divisionen till (6/3) / (1/3) dvs hur många gånger går en tredjedel i sex tredjedelar? Svaret är 6.

2084 Svaret är rätt. Man kan t ex skriva om divisionen som (3/6) / (2/6) vilket är lika med 3/2 = 1,5.

2089 3^2 = 3 · 3 = 9 och 2^3 = 2 · 2 · 2 = 8.

2094 Hon kan t ex mena att det är mindre jobbigt och går snabbare att skriva 2^6 än att skriva 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2.

2099 3^2 = 3 · 3 och 3^4 = 3 · 3 · 3 · 3. Alltså är $3^2 \cdot 3^4$ = = 3 · 3 · 3 · 3 · 3 · 3 = 36.

2102 a) $7x - 1 = 49$ ger att $x - 1 = 2$. Alltså är $x = 3$.

b) $2x - 2 = 32$ ger att $x - 2 = 5$. Alltså är $x = 7$.
c) $32x = 81$ ger att $2x = 4$. Alltså är $x = 2$.

2104 För alla tal n mellan 0 och 1 gäller att $n2 < n$.

2110 104 = 10 000. Hälften av 10 000 är 5 000 och inte lika med 102.

2116 Det är inte sant eftersom 103 + 103 = 1 000 + 1 000 = = 2 000.

2122 Hekto är ett annat prefix. Hekto betyder hundra (10^2) och förekommer t ex som hg och hl. Andra prefix är mega (10^6) och giga (10^9) samt förstås deci (10^{-1}), centi (10^{-2}) och milli (10^{-3}).

2128 10^{12} = 1 biljon, 10^{15} = =1 biljard, 10^{18} = 1 triljon etc.

2146 1/6 = 4/24 och 3/8 = 9/24. Alltså pekar pilen på bråket 7/24.

Läxa 5

8 Bråkets värde förändras inte vid förlängning.

Veckans problem

5 getter och 19 hönor

Läxa 6

8 Isak har fel. Det är 20 % av eleverna som är vänsterhänta.

12 2,5 msk = 2,5 · 15 ml =
= 37,5 ml. Per person:
37,5 / 4 ml = 9,375 ml
För 7 personer:
7 · 9,375 ml ≈ 65,6 ml = 0,656 dl
Väger: 0,656 . 60 g ≈ 39 g

Veckans problem

a) 1 · 2 + 3 + 4 = 9
b) 1 + 2 · 3 + 4 = 11
c) –1 + 2 + 3 . 4 = 13
d) 1 + 2 + 3 . 4 = 15

Läxa 7

8 T ex är

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6} \text{ och}$$

$$\frac{1}{2} / 3 = \frac{3}{6} / 3 = \frac{1}{6}.$$

Veckans problem

Om fyra barn kan äta 12 godis-påsar på tre dagar så äter de 4 godispåsar per dag. Varje barn äter alltså 1 per dag. På 10 dagar hinner varje barn äta 10 påsar, varför det blir 100 påsar sammanlagt.

Läxa 8

8 Båda har rätt men om man ska skriva i grundpotensform är det Jennys alternativ som gäller.

12 2,1 miljarder dollar motsvarar 2,1 · 10^9 · 6,5 kr =
1,365 . 10^{10} kr. Det motsvarar
1,365 . 10^9 st tiokronor. Stapelns höjd skulle bli
1,365 · 10^9 · 0,003 m ≈
≈ 4 100 000 m = 410 mil.

Veckans problem

a) 22 matcher

b) (12·22) / 2 matcher = 132 matcher

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 70
b) 0,65
c) 0,95

2 a) $\frac{11}{4}$

b) $3\frac{1}{3}$

c) $\frac{19}{5}$

d) $4\frac{1}{4}$

3 a) 45 kr
b) 4 km
c) 200 st

4 12.10

5 a) $\frac{2}{5}$

b) 0,85

c) $\frac{1}{4}$ eller 0,25

d) 0,85

6 a) x = 11
b) y = 6
c) z = 6

7 A, B och D

8 a) 3 h
b) 12 h
c) 9 h

9 a) 1 250 m
b) 750 g
c) 150 cl

10 a) 120 kr
b) 60 kr
c) 56 kr
d) 20 kr

Resonera och utveckla

På sidan 9 finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 83 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{12}$

2 a) $\frac{1}{3}$

b) 3 h

3 a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{4}$

c) 20 min
d) 1 h 20 min

4 a) $\dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}}$ h

b) 1 h 12 min

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 88 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

B Man kan räkna ut tjockleken av ett papper med hjälp av Matematikboken Y. Den har 192 blad och är ca 1,6 cm tjock. Varje blad är ungefär 16/192 mm ≈ 0,08 mm. Vi räknar för enkelhets skull med tjockleken 0,1 mm.

C a) 2 st
b) 4 st
c) 32 st
d) 1 024 st

Uttrycket för att räkna ut antalet lager är 2^n där n = antalet vikningar. Det betyder att tjockleken efter n vikningar är $0{,}1 \cdot 2^n$ mm.

D 102,4 mm ≈ 0,1 m

E Antalet vikningar som skulle krävas för att tjockleken skulle motsvara avståndet till månen är 42. Eleverna kan pröva sig fram med miniräknarens hjälp. Matematiskt gäller det att lösa ekvationen $0{,}1 \cdot 2^n = 380\,000 \cdot 10^6$ vilket kan förenklas till $2^n = 380\,000 \cdot 10^7$.
Vi kan logaritmera båda leden och får då
$n \cdot \lg 2 = \lg (3.8 \cdot 10^{12})$
med lösningen n ≈ 41,7....

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Variabel”.

1 Divisionen $\frac{17}{5}$ är lika med 3 hela och rest 2. Omvandlingen ger alltså tre hela och två femtedelar.
Vi får att $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

2 Vi kan förlänga med 5 och får då att

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0{,}35.$$

Men vi kan också utföra divisionen och får då

$$\frac{7}{20} = \frac{0{,}7}{2} = 0{,}35$$

3 T ex är talet 5 000 000 = $5 \cdot 10^6$. Talet före tiopotensen ska vara mellan 1 och 10. Exponenten är lika med det antal steg (positioner) decimaltecknet flyttar från 5 000 000,0 till 5,0 dvs 6 steg.

4 Man kan skriva bråken med samma nämnare eller skriva dem i decimalform.

5 Ett bra sätt är att utgå från den största nämnaren och se om den duger som MGN. I det här exemplet är det nämnaren 6 men det är inte MGN. Man multiplicerar sen största nämnaren i tur och ordning med 2, 3, 4 etc till dess att man hittar MGN. Här kommer vi då till $5 \cdot 6 = 30$ och det är MGN.

6 Täljarna multipliceras för sig och nämnarna för sig.

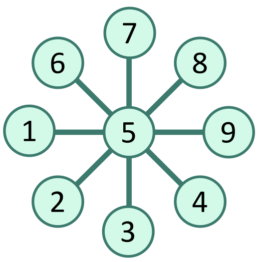
7 Ett sätt är att skriva 3 hela som fjärdedelar. Vi får då

$$3 \,/\, \frac{1}{4} = \frac{12}{4} \,/\, \frac{1}{4} = 12$$

Problemlösning

1 $3 \cdot 58 = 174$

2 Se bild



3 Antalet klossar bildar en serie av kvadrater. Det innebär att figur nr 5 har $5 \cdot 5$ klossar = 25 klossar och att figur nr 10 har $10 \cdot 10$ klossar = 100 klossar.

4 Jessica ska ha 3/5 av vinsten dvs 2 880 kr. Caroline får 1 920 kr.

5 Diamond ska ha

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$$

av vinsten. Det motsvarar 60 kr.

$\frac{1}{10}$ motsvarar då 20 kr.

Hela vinsten var alltså 200 kr. Av det ska Patrik ha 100 kr och Armin 40 kr.

6 I blandningen finns 100 g ättiksprit vilket ska vara hälften av den nya blandningen, vilken alltså då ska väga 200 g. Det betyder att 50 g vatten ska hällas i.

7 Problemet kan översättas till att hitta det minsta tal som innehåller faktorerna 9, 2 och 6 (antalet bokstäver i varje ord). Svaret är 18 gånger.

8 Antag t ex att flaggan är 8 m lång och 5 m bred. Bredden på de gula banden är då 1 m och den gula arean är $(8 \cdot 1 + 4 \cdot 1)\ \text{m}^2 = 12\ \text{m}^2$. Den andel av flaggan som är gul är då $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$.

Kap 3: Algebra och mönster

3008 Matilda är 8 cm längre än Marcus.

3016 T ex $0{,}5x$ och $x/2$.

3024 Uttrycket anger hur mycket man får tillbaka på 500 kr om man köper 2 biobiljetter och 3 burkar läsk.

3032 a) Det innebär att Andreas tio- och femkronor sammanlagt är värda mindre än 100 kr.
b) Andrea kanske räknar ut hur mycket pengar som fattas för att hon ska kunna köpa en biobiljett för 100 kr.

3038 –

3044 –

3050 Om figurerna består av punkter ska antalet punkter vara 1, 4, 9, 16 etc.

3056 Differensen är (15–3)/3 = = 4. Starttalet är 3 – 4 = –1. Det n:e talet är –1 + 4 · n. Det 100:e talet är –1 + 4 · 100 = 399.

3063 Uttrycket $x - y$ är åldersskillnaden mellan pojkarna.

3070 Juha räknade additionen först.

3077 a) Det är differensen mellan den sträcka som Conny simmar och 1 000 m. Om differensen är positiv har Conny simmat kortare sträcka än 1 000 m. Om differensen är negativ, har Conny simmat längre än 1 000 m.
b) –
c) –

3084 a) Alla tal i talföljden är 1 mindre än en jämn kvadrat. Det n:e talet är n2 – 1.
b) Talen är de s k rektangeltalen där varje tal är en produkt av två på varandra följande tal,

1 · 2, 2 · 3, 3 · 4 osv. Det n:e talet är n(n + 1).

3090 a) Adam är 2 år äldre än Bodil.
b) –

3096 Jessica glömmer att ändra tecken i den andra parentesen när den tas bort.

3102 a) Det är det samman-lagda antal läppstift och eyeliner som de båda köper.
b) Det är vad läppstiften kostar per styck.
c) Det är genomsnittspriset per styck.

3107 a)
$5x - (-3 - 2x) = 5x + 3 + 2x$
$= 7x + 3$
b)
$7y - (-5 - 3y) = 7y + 5 + 3y$
$= 10y + 5$

3108 T ex $a = 1$ och $b = 8$. Det finns hur många värden på a och b som helst.

3115 Båda har rätt. Vanligast är att det skrivs $3xy$.

3122 Ingen av dem räknade rätt. Det rätta svaret är $ab + ac$.

3129 Så här ska förenklingen se ut:
$2x(2y - 3) - y(x - 2) + 6x =$
$= (4xy - 6x) - (xy - 2y) + 6x$
$= 4xy - 6x - xy + 2y + 6x$
$= 3xy + 2y$

3136 a) David är tre gånger så lång som Alicia och även 100 cm längre än Alicia.
b) Vi får ekvationen
$3a = a + 100$ med lösningen
$a = 50$. Alicia är 50 cm lång och David 150 cm.

3142 a) Det är det samman-lagda antalet män och kvinnor.

b) Det är differensen mellan antalet män och antalet kvinnor.

3148 T ex $2x(2x + 3)$

3154 m^2 är ett kortare skrivsätt för m · m. Naturligtvis kan man också skriva m^3 och m^4 men det är endast 1 m^3 som är en enhet.

3158
$4y(2x + Ay) - 2y(2y + Bx) =$
$= 8xy + 4Ay2 - 4y2 - 2Bxy$
Uttrycket är lika med 0 om
$4A = 4$ och $2B = 8$. Så är fallet om $A = 1$ och $B = 4$.

3159 a) Talen i högra spalten får vi genom att multiplicera talen till vänster med 3 och sen subtrahera med 4. Därför är
$A = 3 \cdot 11 - 4 = 29$ och
$B = 3 \cdot 20 - 4 = 56$. På motsvarande sätt får vi att
$C = 33$.
b) $k = 3$ och $m = 4$.

3160 Det kan vara en rektangel med sidlängderna x och $1{,}5y$.

Läxa 9

8 T ex $5x - 6y$

Veckans problem

a) På en minut hinner de båda tågen 2 km resp 1,5 km. En minut innan tågen möts är därför avståndet 3,5 km.
b) Tågen är förstås lika nära Stockholm när de möts.

Läxa 10

8 Man kan t ex tänka 2 · x – 1 · x och jämföra det med 2 · 5 – 1 · 5 som ju är lika med 1 · 5. Alltså är 2 · x – 1 · x = 1 · x = x.

12 1 h 15 min = 4 500 s
På den tiden tillverkar den långsammare maskinen 9 000 tabletter. När båda maskinerna var i gång skulle 91 000 tabletter tillverkas. Det tog 91 000 / 5 s = = 18 200 s = 5 h 3 min.
Sammanlagd tid: 1 h 15 min + + 5 h 3 min ≈ 6 h 20 min

Veckans problem

a) Varje nytt tal fås genom att multiplicera föregående tal med 2 och växelvis addera respektive subtrahera med 1. De följande talen är därför 85 och 171.
b) Varje nytt tal är summan av närmast två föregående. De följande talen är därför 13 och 21.

Läxa 11

8 I näst sista ledet ska sista termen vara + 6x.

12 Hela arbetet omfattade 2 · 18 dagsverken (dv) = 36 dv. Efter 9 dagar återstod 18 dv. En tredjedel av dessa gjordes av var och en.
A och B: (9 + 6) dv = 15 dv
C: 6 dv
A och B fick: 15/36 · 1 152 kr = = 480 kr
C fick: 6/36 · 1 152 kr = 192 kr

Veckans problem

a) A = 5 och B = 2 eller A = 6 och B = 3
b) A = 1, B = 9 och C = 0

Läxa 12

8 3x = 3 · x och x3 = x · x · x.

12 a) Efter resan återstod 2/3 av lönen. Till klädköp gick åt 3/8 · 2/3 = 1/4.
b) Återstod: 1 – 1/3 – 1/4 = 5/12

Veckans problem

10 dagar

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) –5
b) –6
c) 5

2 a) 0,1
b) 1,5
c) 0,5

3 a) A
b) C
c) B och D

4 a) 20
b) 11
c) 3

5 a) 20
b) –3
c) 30

6 a) 270 km
b) 30 km
c) 135 km

7 a) 120 kr
b) 600 kg
c) 70 kg

8 a) 130
b) 210
c) 80

9 a) $\frac{31}{29}$
b) $\frac{9}{22}$

10 a) 2 °C
b) 1 000 m

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 88 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter. I just den här uppgiften finns alla fakta som eleverna behöver för att räkna fram svaren på uppgifterna. Men låt ändå eleverna gissa vad de tror innan de börjar räkna.

Jordens diameter är d m. Det första repet är då π · d m. Det andra repet står på 1 m höga stolpar. Den cirkel som repet bildar har då diametern $(d + 2)$ m. Repets längd är π · $(d + 2)$ m. Skillnaden i längd uttryckt i meter är π · $(d + 2)$ – π · d = 2 π. Det andra repet är alltså ungefär 6 m längre än det första.

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 84 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 a) 30
b) 42
c) 56

2 a) 1 · 2
b) 2 · 3
c) 3 · 4

3 a) 10 · 11
b) 100 · 101
c) 1 000 · 1 001

4 a) n(n + 1)
b) 150 · 151 = 22 650

5 a) 15
b) 21
c) 28

6 Summorna bildar så kallade jämna kvadrater.
$1 + 3 = 4 = 2^2$
$3 + 6 = 9 = 3^2$
$6 + 10 = 16 = 4^2$
$10 + 15 = 25 = 5^2$
osv

7 a) $\dfrac{n(n+1)}{2}$
b) 31 375

Om eleverna inte ser sambandet mellan rektangeltal och triangeltal genom att titta på bilderna så kan du ge dem tipset att räkna antalet kulor i bild 1, bild 2 etc.

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Förlängning”.

1 –

2 Man måste veta vilka värden variablerna ska ha.

3 Termer av samma sort slås samman till en term. T ex kan uttrycket $5x - 2x + 13$ förenklas till $3x + 13$.

4 Om en parentes föregås av ett plustecken kan den tas bort utan vidare. Om det däremot är ett minustecken före parentesen ska tecknen i parentesen ändras när parentesen tas bort.

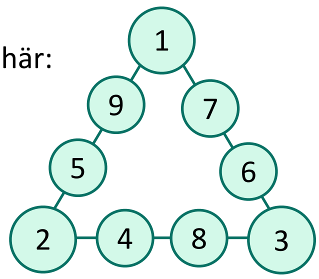
5 $2x$ betyder $2 \cdot x$ medan $x^2 = x \cdot x$.

6 Det är ett godtyckligt tal i en talföljd, det vill säga vilket tal som helst i talföljden.

7 Vi tar ett praktiskt exempel, t ex talföljden 3, 7, 11, 15... Här är differensen 4 och starttalet 3 – 4 = –1. Mönstret kan då beskrivas med uttrycket –1 + 4 · n där n är ett godtyckligt tal i talföljden.

Problemlösning

1 En lösning ser ut så här:



2 Talet är 536.

3 Vänd på boken!

4 Byarna ligger i ordning från vänster till höger: E C A B D. Mellan A och E är det 8 km.

5 Ulrika kan klä sig på 2 · 3 · 4 sätt = 24 sätt.

6 11 kameler och 15 dromedarer

7 Vi kan för enkelhets skull anta att Erika har 120 km till sitt arbete. Ditfärden tar då 2 h och hemfärden 3 h. Sammanlagt kör alltså Erika 240 km på 5 h. Medelhastigheten är 240/5 km/h = 48 km/h.

8 Om man multiplicerar siffrorna i talen till vänster, så får man talet till höger. T ex är 4 · 8 = 32 och 6 · 3 = 18.
Svaret blir alltså 3 · 2 · 5 = 30.

Kap 4: Geometri

4009 Omkretsen av en cirkel är ungefär tre gånger så lång som diametern.

4018 Marcel har rätt.

4024 Kvadratens sida är 5 cm. Halvcirkelns båge är $(5 \cdot \pi)/2$ cm ≈ 7,9 cm. Den del av rektangeln som inte är en del av kvadraten är (20 – 5) cm = 15 cm. Hela omkretsen är (7,9 + 5 + 15 + 5) cm = 32,9 cm.

4027 Så klart stämmer det.

4029 a) På ett varv rör sig minutvisaren $42 \cdot \pi$ m. På ett dygn rör sig minutvisaren 24 varv. Den sammanlagda sträckan är
$42 \cdot \pi \cdot 24$ m ≈ 3 200 m =3,2 km.
b) Sträckan är 320 000 cm och tiden är $24 \cdot 3\,600$ s = 86 400 s. Hastigheten är
320 000/86 400 cm/s ≈3,7 cm/s.

4030 Den stora kvadraten (inkl guldram) har sidan 44 m och arean 442 m^2. Den mindre kvadraten (där urtavlan ligger) har arean 422 m^2. Guldramens area är (442 – 422) m^2 = 170 m^2.

4031 Varje vimpel har arean $(0{,}4 \cdot 1{,}75)/2$ m^2 ≈ 0,35 m^2.
Antalet vimplar blir
$0{,}9 \cdot 7{,}5 / 0{,}35 \approx 19$.

4033 Cirkelns diameter är 4 cm. Omkretsen är
$(4 + 2 + 2 + (\pi \cdot 4)/ 4)$ cm ≈
≈ 11,1 cm.

4034 a) Gräsmattan med plattgångar bildar en kvadrat med sidan 13 m. Plattgångens area är (132 – 102) m^2 = 69 m^2.
b) Varje platta har arean 0,25 m^2. Antalet plattor blir
69 / 0,25 = 276.

4035 Bakdäckets omkrets är $0{,}67 \cdot \pi$ m. 270 km/h =
= 270/3,6 m/s =75 m/s.
Varje sekund snurrar hjulet 75/0,67 π varv ≈ 35,6 varv. På en och en halv timme snurrar hjulet $5\,400 \cdot 35{,}6$ varv ≈
≈ 190 000 varv.

4036 Rikard har rätt i att omkretsen blir dubbelt så stor. Däremot blir arean fyra gånger så stor.

4041 Cirkeln har störst area.

4046 Hon tänker nog att cirkelns area ungefär är $3 \cdot r^2$. Hon räknar då snabbt ut att $r^2 = 25$ och r = 5.

4051 Om cirkelns diameter är lika lång som kvadratens sida så får cirkeln plats inuti kvadraten. Kvadratens area är alltså större än cirkelns.

4053 Kvadratens area:
$6 \cdot 6$ cm^2 = 36 cm^2
De fyra kvartscirklarnas area:
$\pi \cdot 32$ cm^2 ≈ 28,3 cm^2
Färgade området:
(36 – 28,3) cm^2 = 7,7 cm^2

4054 Geten kan beta av en yta som har formen av en halvcirkel och två stycken områden som är kvartscirklar. Halvcirkelns area:
$(\pi \cdot 6{,}4^2)/2$ m^2 ≈ 64,3 m^2
Kvartscirklarnas area:
$(\pi \cdot 5^2)/4$ m^2 ≈ 19,6 m^2
Sammanlagd area:
$(64{,}3 + 2 \cdot 19{,}6)$ m^2 ≈ 100 m^2

4055 Hela cirkelns area:
$\pi \cdot 3{,}52$ cm^2 ≈ 38,5 cm^2
Gröna området:
$(\pi \cdot 3{,}52/2 + \pi \cdot 22/2 -$
$- \pi \cdot 1{,}52/2)$ cm^2 ≈ 22,0 cm^2
Vita området:
(38,5 – 22,0) cm^2 = 16,5 cm^2
Skillnad:
(22,0 – 16,5) cm^2 = 5,5 cm^2
Större (%):
5.5/16,5 ≈ 0,33 = 33 %

4056 I halvcirkelns omkrets ingår också diametern.

4061 De kanter som går inåt ska ritas hälften så långa.

4066 Mehmed har rätt.

4071 Det beror på att
$m \cdot m = m^2$ och $m \cdot m \cdot m = m^3$.

4073 Till varje paket går det åt
$(2 \cdot 6{,}5 \cdot 9{,}5 + 2 \cdot 6{,}5 \cdot 16{,}5 +$
$+ 2 \cdot 9{,}5 \cdot 16{,}5)$ cm2 =651,5 cm^2.
Med 10 % extra för spill blir det $1{,}1 \cdot 651{,}5$ cm^2 ≈ 717 cm^2 för varje paket. Antalet paket blir 1 000 / 0,65 ≈ 1 538. Den papp som går åt har arean
$1\,538 \cdot 717$ cm^2 ≈ 110 m^2.

4075 I det rätblock som bildas är basytans sida 40 cm. Rätblockets höjd är 12 cm. Volymen är $40 \cdot 40 \cdot 12$ cm^3 ≈ 19 dm^3.

4076 Alla kanter ska vara 1 dm, dvs rätblocket ska vara en kub.

4082 a) T ex en liten förpackning grädde.
b) T ex en kartong med kanterna 5 dm, 2 dm och 2 dm.

4088 Eftersom 1 dm^3 = 1 liter så är 1 m^3 = 1 000 dm^3 = 1 000 liter.

4093 Den sammanlagda arean som plogades var $(44\,500 \cdot 3 +$
$+ 47\,500 \cdot 6 + 11\,400 \cdot 8)$ m^2 =
= 509 700 m^2. Snöns volym var 509 700 . 0,3 m^3 = 152 910 m^3.
Den tid det tog var
152 910 / 8 500 h ≈ 18 h.

Eftersom röjningen började 04.00 så var man färdig 22.00.

4094 4 dl = 400 ml = 400 cm^3. Kanterna kan t ex vara 10 cm, 8 cm och 5 cm.

4095 a) Gräsmattans längd är 114 m och bredd 70 m. Arean är

114 · 70 m^2 ≈ 8 000 m^2.
b) Till varje kvadratmeter går det åt 4 bitar. Antalet blir 32 000 st.
c) Sammanlagt väger gräsmattan 32 000 · 15 kg = 480 ton. Antalet lastbilar blir 480 / 32 = 15.

4096 Antag att vattendjupet är $x$dm. Vattnets volym är då $5 \cdot 2 \cdot x$ dm$^3 = 10x$ dm^3. Vi får ekvationen $10x = 33$ med lösningen $x = 3{,}3$. Vattenytan är alltså 0,2 dm = 2 cm från övre kanten.

4097 Över jordgubbslandet föll 1 600 · 750 · 0,45 liter = = 540 000 liter = 5,4 · 105 liter.

4098 Antag att tjockleken är x cm. Det ger ekvationen $77 \cdot 50 \cdot x \cdot 2{,}5 = 4\,200$ med lösningen $x \approx 0{,}4$. Glasrutan är alltså 4 mm tjock.

4099 1 cm^3 = 1 ml
Men 1 cm^3 = 1 000 mm^3. Alltså är 1 ml = 1 000 mm^3.

4104 Ett sätt är att se hur mycket vatten som ryms i behållaren. Men då får man inte med volymen av det material som behållaren består av. Ett bättre alternativ är därför att sänka ner behållaren i t ex en större behållare och som är graderad. Man läser av hur mycket vattenytan stiger och får fram volymen på så sätt.

4109 Rätblocket och pyramiden har samma basyta och höjd. Därför är rätblockets volym tre gånger så stor.

4114 Alla har rätt men mest rätt har förstås Klara.

4115 Basytans area:
(2 · 0,6 + (2·1,2) / 2) m^2 = 2,4 m^2
Volym: 2,4 · 2,5 m^3 = 6 m^3
Syre: 0,2 · 6 m^3 = 1,2 m^3
Vikt: 1,2 · 1,4 kg ≈ 1,7 kg

4116 a) Diket är ett liggande prisma. Basytans area är
(0,8 · 0,4 + 2 · (0,6·0,8)/2) m^2 =
= 0,8 m^2. Volymen är
200 · 0,8 m^3 = 160 m^3.
b) 1 m^3 jord väger
1 000 · 1,5 kg = 1,5 ton.
All jord vägde sammanlagt
160 · 1,5 ton = 240 ton.

4117 a) Skenan är ett liggande prisma. Basytans area är
(18 · 2 + 4 · (4·4) / 2) cm^2 =
= 68 cm^2 = 0,68 dm^2.
Volymen är 10 · 0,68 dm^2 =
= 6,8 dm^2.
b) Skenan väger 6,8 · 7,9 kg ≈
≈ 54 kg.

4118 Basytans area kan räknas ut på många sätt. Det enklaste sättet är kanske att vi tänker oss basytan som en hel kvadrat. Vi drar sedan bort arean av de små rektanglar som finns i två av hörnen. Vi får då att basytans area är
(12 · 12 – 3 · 4 – 3 · 3) cm^2 =
= 123 cm^2. Volymen är
2 · 123 cm^3 ≈ 250 cm^3.

4119 Evelina tänker rätt. Ett prisma har ju en månghörning som basyta.

4125 Emelie tänker rätt eftersom kastrullen och strutarna har samma basyta och höjd.

4131 Det är kvoten mellan en cirkels omkrets och diameter.

4137 Alla fyra är cylindrar under förutsättning förstås att de plana ytorna är parallella.

4138 Vi antar att saften når x cm upp i glaset. Basytans area är $\pi \cdot 4^2$ cm^2. Vi får att volymen är $\pi \cdot 4^2 \cdot x$ cm$^3 = \pi \cdot 4^2 \cdot x$ ml
Vi får ekvationen
$\pi \cdot 4^2 \cdot x = 300$ med lösningen $x \approx 6$. Saften når alltså 6 cm upp i glaset.

4140 Vi antar att höjden är x m. Det ger ekvationen
$\pi \cdot 1{,}5^2 \cdot x = 8{,}1$ med lösningen $x \approx 1{,}15$. Korgen är alltså 115 cm hög.

4141 Tråden är en cylinder med diametern 0,4 mm = 0,04 cm och längden 150 m = 15 000 cm. Dess volym är
π · 0,022 · 15 000 cm^3 ≈
≈ 18,85 cm^3. Tråden väger
18,85 · 9,0 g ≈ 170 g.

4142 Apelsinens yttre volym:
(4 · π · 4,6^3) / 3 cm^3 ≈ 407,7 cm^3
Inre volym:
(4 · π · 4,3^3) / 3 cm^3 ≈ 333,1 cm^3
Skalets volym:
(407,7 – 333,1) cm^3 ≈ 75 cm^3

4143 Man kan beräkna cylinderns volym på vanligt sätt (B · h) och sedan addera med halvklotets volym. Ett annat sätt är att sänka ner föremålet i ett mätglas eller annat graderat kärl. Vattenytan stiger lika mycket som föremålets volym.

4161 Kubens volym:
12,43 cm^3 ≈ 1 907 cm^3
Klotets volym:
(4 · π · 6,2^3) / 3 cm^3 ≈ 998 cm^3
Spån:
(1 907 – 998) cm^3 = 909 cm^3
Spån (%):
909 / 1907 ≈ 0,48 = 48 %

4162 Yttre volym:
$(2 \cdot \pi \cdot 1{,}05^3) / 3\ \text{m}^3 \approx 2{,}42\ \text{m}^3$
Inre volym:
$(2 \cdot \pi \cdot 0{,}8^3) / 3\ \text{m}^3 \approx 1{,}07\ \text{m}^3$
Snöns volym: $(2{,}42 – 1{,}07)\ \text{m}^3 \approx$
$\approx 1{,}4\ \text{m}^3$

4163 Kulans volym =
$(4 \cdot \pi \cdot 2^3) / 3\ \text{cm}^3 \approx 33{,}5\ \text{cm}^3$.

Antag att vattenytan stiger x cm. Det ger ekvationen
$\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot x = 33{,}5$ med lösningen
$x \approx 1{,}7$. Vattenytan stiger alltså 1,7 cm.

4188 Den nya sjövägen motsvarade 65 % av den gamla. Den gamla sjövägen var
1 300 / 0,65 mil = 2 000 mil.

4189 a) 1 cm på kartan motsvarar 80 km = 80 000 m =
= 8 000 000 cm. Skalan är alltså 1 : 8 000 000.
b) Hastigheten är 18,52 km/h. Den tid det tar är
160 / 18,52 h ≈ 8 h 40 min.

Läxa 13

8 Eftersom vinkelsumman är 360° så kan tre vinklar vara trubbiga.

12 Det tar 15 s för tåget att köra förbi en stolpe, dvs sin egen längd. När tåget åker genom tunneln så ska det dels åka sin egen längd och dels tunnelns längd för att helt komma igenom. Själva tunneln tar (45 – 15) s = 30 s. Eftersom tunnelns längd är 450 m så är tågets hastighet 450 / 30 m/s =
= 15 m/s. Eftersom det tar 15 s för tåget att köra sin egen längd så är längden 15 · 15 m = 225 m.

Veckans problem

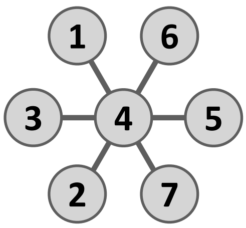
1, 3 och 9

Läxa 14

8 Ludvig har glömt att räkna in diametern i omkretsen.

12 b) Flaskan innehåller
1/3 · 3/4 liter = 1/4 liter. Den andra flaskan blir fylld till
(1/4) / (3/8) = (2/8) / (3/8) = 2/3

Veckans problem



Läxa 15

8 Alla tre har rätt.

12 160 knop = 160 · 1,852 km/h
≈ 296 km/h
296 km/h = 296 000 / 3 600 m/s
≈ 82 m/s

Veckans problem

Eftersom ett av primtalen är 5 s. kommer produkten att sluta med en 5:a.

Läxa 16

8 Man möter ”den andra vinkeln” och subtraherar sen 360° med det uppmätta värdet.

12 Burkens volym är
$\pi \cdot 52 \cdot 14\ \text{cm}^3 \approx 1\,100\ \text{cm}^3$.
75 cl = 750 cm^3
Burken blir fylld till
750/1100 ≈ 68 %.

Veckans problem

Under talet 12 måste det stå 14 eftersom 5 + 14 = 7 + 12. Ovanför 12 måste 10 stå eftersom 5 + 12 = 7 + 10. Det leder till att summan i alla rader är 36. Det innebär att kvadraten ifylld ska talet i den mittersta rutan vara en tredjedel av summan:

7	10	19
24	12	0
5	14	17

En alternativ lösning bygger på vetskapen om att i en magisk kvadrat med 3 x 3 rutor så ska i den mittersta rutan en tredjedel av summan stå.

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 1 h 20 min
b) 1 h 45 min

2 a) 3,75 m
b) 12 000 m
c) 0,9 m

3 a) 34
b) 20
c) 2,8

4 a) 1 500 000
b) 500 000 000
c) 250 000
d) 750 000

5 a) 2 000
b) 60

6 a) 80 kr
b) 36 kr
c) 240 kr

7 a) $7{,}8 \cdot 10^5$
b) $4{,}9 \cdot 10^3$
c) $5 \cdot 10^6$

8 Större än 1 är $\frac{7}{6}$, $\frac{5}{4}$ och $\frac{17}{15}$.
Störst är $\frac{5}{4}$.

9 a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{3}{7}$
c) $\frac{3}{10}$

10 20 dagar

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 88 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

Antalet decimaler i grundpotensform är $1\,250 \cdot 10^9 = 1{,}25 \cdot 10^{12}$. Vi räknar med att varje siffra placeras i en ruta med bredden 0,5 cm $= 0{,}005$ m $= 5 \cdot 10^{-3}$ m $= 5 \cdot 10^{-6}$ km.
Papperets längd blir då
$1{,}25 \cdot 10^{12} \cdot 5 \cdot 10^{-6}$ km $= 6{,}25 \cdot 10^6$ km $= 6{,}25 \cdot 10^5$ mil $= 625\,000$ mil.
Avståndet till månen är 38 000 mil. Papperets längd motsvarar alltså sträckan mellan jorden och månen drygt 16 gånger.

Om vi skulle läsa alla siffror med en siffra i sekunden skulle det ta $1\,250 \cdot 10^9$ s vilket ungefär är lika med $3{,}47 \cdot 10^8$ h $\approx$ $1{,}45 \cdot 10^7$ dygn $\approx$ 40 000 år

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 85 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 a) 150 cm^2
b) 146 cm^2

2 a) 13 cm
b) 8 cm
c) 1 cm

3 104 cm^3

4 a) se tabell

b) 2 cm

Kvadratens sida	Rätblockets längd	bredd	höjd	volym
0,5 cm	14	9	0,5	63
1 cm	13	8	1	104
1,5 cm	12	7	1,5	126
2 cm	11	6	2	132
2,5 cm	10	5	2,5	125
3 cm	9	4	3	108

5 a) $x(15-2x)(10-2x)$

b) För att det ska bli en låda överhuvudtaget måste $10-2x>0$ vilket innebär att $x<5$.

Tabellen ger att störst värde på volymen får vi om kvadratens sida, x, är 2 cm.

Men är det säkert att $x=2$ ger högsta värdet? För att ta reda på det så betraktar vi funktionen $f(x)=x(15-2x)(10-2x)$. Vi multiplicerar de tre faktorerna och får då $f(x)=4x^3-50x^2+150x$. Vi undersöker för vilket x-värde som den funktionen har sitt maximum. Vi deriverar och får då $f'(x)=12x^2-100x+150$.

Vi sätter $f'(x)=0$ och får då ekvationen $12x^2-100x+150=0$.

Vi skriver om den som $x^2-\frac{25}{3}x+\frac{25}{2}=0$ med lösningen $x=\frac{25}{6}\pm\sqrt{\frac{625}{6}-\frac{25}{2}}$

vilket ger $x\approx 1{,}97$ och $x\approx 6{,}37$. Det andra x-värdet duger inte och vi kan visa att $x\approx 1{,}97$ ger ett maximivärde t ex genom att sätta in x-värdet i andraderivatan.

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Blandad form”.

1 Det är två linjer som aldrig korsar varandra hur långt de än dras ut.

2 En rektangel är en fyrhörning med räta vinklar, en beskrivning som också stämmer för kvadraten. Man säger att en kvadrat är ett specialfall av enrektangel.

3 Omkretsen är ungefär tre gånger längre än diametern.

4 En kub är ett rätblock där alla sidoytor är kvadrater.

5 1 dm^3 = 1 000 cm^3 och 1 liter = 1 000 ml.
Eftersom 1 dm^3 = 1 liter så är 1 000 cm^3 =
= 1 000 ml. Alltså är 1 cm^3 = 1 ml.

6 I en pyramid är basytan en månghörning vilken den inte är i en kon.

7 –

Problemlösning

1 Efter 15 dagar rider de samtidigt igen. Då är det onsdag den 18 maj.

2 a) $7\cdot 436=3\,052$
b) $6\cdot 698=4\,188$
c) $10\,008-976=9\,032$

3 Arean blir störst om han gör hagen kvadratisk.
Arean blir då 2 500 m^2.

4 När gropen är grävd finns det förstås ingen jord alls i den.

5 Differensen mellan två tal som följer efter varandra bildar talföljden 2, 4, 6, 8, 10 etc. De tal som saknas är alltså 13 och 43.

6 a) $1+2\cdot 3+4-5-6=0$
b) $1+2+3-4+5-6=1$
c) $1+2\cdot 3-4+5-6=2$
d) $1+2+3-4-5+6=3$

7 Se bild

8 Hjulets omkrets är $8\cdot\pi$ dm. På en minut rullar hjulen
$600\cdot 8\cdot\pi$ dm $=4\,800\cdot\pi$ dm $=0{,}48\cdot\pi$ km.
På en timme rullar hjulen
$60\cdot 0{,}48\cdot\pi$ km ≈ 90 km.
Hastigheten är alltså 90 km/h.

Kap 5: Ekvationer

5016 En ekvation är en likhet vilket innebär att den innehåller ett likhetstecken.

5024 –

5032 Ekvationen kan skrivas $\frac{2x}{x \cdot x} = \frac{2}{3}$. Det innebär att $x = 3$ eftersom $\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

5042 Sabrye gör fel i fjärde ledet. Där ska det vara $2x = 16$.

5047 Jemima har gjort rätt. Mikaela gör fel när hon multiplicerar in i parentesen. Eleonor gör fel när hon ska addera båda leden med $6x$.

5052 Om vi subtraherar båda leden med $2x$ så får vi att 9 = 8 vilket ju inte stämmer.

5064 På rad 2 ska högerledet vara 10.

5070 a) T ex $x = 3$ och $y = 7$.
b) Det finns oändligt många lösningar.

5076 Om vi förenklar ekvationen får vi $3x + 6 = 3x + 6$, en likhet som är sann för vilket x-värde som helst.

5081 $4x$ betyder $4 \cdot x$

5086 a) Petters ålder är summan av Martins och Niklas åldrar.
b) –

5091 $3(3x + 7) = 9x + 21$. Alltså har $9x + 21$ värdet $3 \cdot 21 = 63$.

5096 För att produkten ska vara lika med 0 måste en av de båda faktorerna vara 0. Den ena lösningen ges av $x - 7 = 0$ och den andra av $(2x - 1) = 0$. Ekvationens två lösningar är $x = 7$ och $x = 0{,}5$.

5102 Line har förstås rätt.

5114 T ex genom att pröva kan man se att $x = 0$ och $x = 2$.

5120 $\frac{10^{x+2}}{10^x} = \frac{10^x \cdot 10^2}{10^x}$. Vi kan förkorta med 10^x och får då kvar 10^2 vilket är lika med 100. Det innebär att vilket tal som helst på x är lösning till ekvationen.

5138 Antag att Andrej löste x uppgifter rätt. Antalet fellösta var då $(25 - x)$. Det ger ekvationen $3x - (25 - x) = 43$ med lösningen $x = 17$. Andrej löste alltså 17 uppgifter rätt.

Läxa 17

8 —

12 220 pounds motsvarar 220 / 2,2 kg = 100 kg. Det motsvarar 3/8 av timvisarnas vikt. 1/8 motsvarar 100/3 kg. Timvisarnas vikt = 8 . 100/3 kg ≈ ≈ 270 kg.

Veckans problem

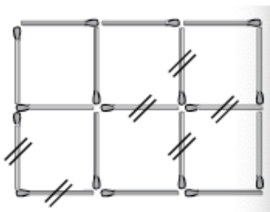
8	·	2	–	9	=7
+		·		+	
3	+	2	+	2	=7
–		+		–	
4	·	3	–	5	=7
=7		=7		=6	

Läxa 18

8 Om x = 7 så är den första parentesen 0 och om x = 3 så är den andra parentesen 0.

12 Antag att sträckan t ex var 24 km. Första fjärdedelen tog 6 h, den andra 3 h, den tredje 2 h och den fjärde 1,5 h. Hela vandringen tog alltså 12,5 h. Medelhastigheten var 24/12,5 km/h ≈ 1,9 km/h. (En allmän lösning blir det om man kallar sträckan för t ex 4a km)

Veckans problem



Läxa 19

8 Ekvationen har oändligt många lösningar.

Veckans problem

U och Ö

Läxa 20

8 Om man subtraherar båda leden med x får man 7 = 10 vilket ju inte är sant.

12 Solens omkrets: 2 · 696 000 · · π km. Rotationstid: 26 · 24 h. Hastighet: 2 · 696 000 · π / (26 · · 24) km/h ≈ 7 000 km/h

Veckans problem

Diagonalen är lika lång som cirkelns radie, alltså 5 cm.

Räkna och häpna

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 88 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

Om vi står riktigt trångt så kan vi kanske i genomsnitt få plats tre personer per m2. Den area som behövs för hela jordens befolkning är då

$$7 \cdot 10^9 / 3 \text{ m}^2 \approx 2{,}3 \cdot 10^9 \text{ m}^2 = 2{,}3 \cdot 10^3 \text{ km}^2 = 2\,300 \text{ km}^2$$

Eftersom Gotland är 3 150 km^{2}så skulle hela jordens befolkning få plats där.

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 35 065
b) $\frac{3}{100}$ och 0,03
c) $\frac{1}{5}$ och 0,2
d) $\frac{11}{20}$ och 0,55

2 a) 2,1
b) 200
c) 0,5

3 Störst: 4,12
Minst: 4,007

4 B

5 a) 9 900
b) 72
c) 1

6 0,25 och $\frac{3}{12}$

7 a) x = 200
b) x = 4
c) x = 0,5

8 90 km/h

9 a) C
b) F

10 a) 29,5
b) 2,97
c) 2

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 86 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1-3 Det tal man får på slutet är samma som man började med.

4 a) x
b) $4x$
c) $4x + 8$
d) $2x + 4$
e) $6x + 12$
f) $6x$
g) x

5 a) Tänk på ett tal.
b) Addera talet med 8.
c) Multiplicera med 2.
d) Subtrahera med 6.
e) Multiplicera med 10.
f) Subtrahera med 100.
g) Dividera med det tal du tänkte på från början.

6 –

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Potens”.

1 Det är för att få x-termen ensam kvar i vänster led.

2 –

3 Man sätter in det värde man fått på t ex x i båda leden. Om båda leden då ger samma svar, har man löst ekvationen rätt.

4 Ett numeriskt uttryck innehåller endast tal, t ex

$$17 + 5 \cdot 4$$

Ett algebraiskt uttryck kan innehålla både variabeltermer och termer med tal, t ex

$$17x - 2y + 5 \text{ eller}$$
$$2a + b$$

En ekvation är en likhet. Den har ett vänster- och ett högerled med ett likhetstecken emellan, t ex

$$5y + 3 = 7y - 8.$$

5 Man slår då samman termer av samma sort till en term.

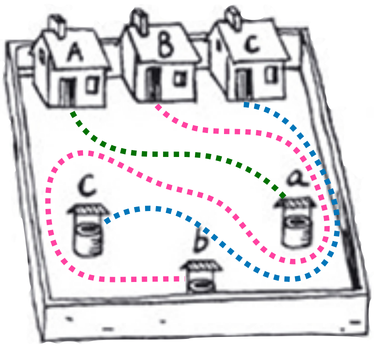
6 När parentesen föregås av ett minustecken måste tecknen i parentesen ändras när parentesen tas bort. Annars blir svaret fel.

7 Det är när man kallar t ex ett obekant tal för x eller y.

Problemlösning

1 1

2 Se bild:



3 5:e våningen.

4 På en kvart åker tågen 30 km respektive 22,5 km. En kvart innan de möts är därför det inbördes avståndet 52,5 km.

5 Sidorna 24 och 25.

6 Eftersom det är en analog klocka visar den rätt tid när den saktat sig 12 h vilket dröjer 48 dygn. Det är då den 17 februari.

7 Det finns
28^3 kombinationer = 21 952 kombinationer.

8 Anja – lärare
David – tandläkare
Benny – flygkapten
Carola – sjuksköterska

Kap 6: Sannolikhet och statistik

6005 Summan av de båda sannolikheterna är 100 %.

6010 Sannolikheten att få en sexa är lika stor i varje kast. Alternativ C är alltså det rätta.

6015 Bara genom att gissa bör man få rätt på i genomsnitt var tredje fråga. Att få 7 rätt var alltså inte särskilt bra resultat.

6019 Antalet möjliga utfall när man kastar två tärningar är 36. Av dessa är 6 utfall sådana att det blir samma resultat vid båda kasten. Av de 30 utfall som återstår innebär hälften att det blir fler prickar andra kastet och hälften att det blir färre prickar andra kastet. Den sökta sannolikheten är därför 15/36 = 5/12.

6020 De båda snurrorna kan resultera i nio olika utfall vilket kan illustreras på följande sätt:

		Beda		
		2	4	9
Adam	5	A	A	B
	3	A	B	B
	7	A	A	B

Av de nio utfallen så vinner Adam i fem och Beda i fyra. Adam har alltså störst sannolikhet att vinna.

6024 Till exempel P(4 eller 5).

6028 Nej

6032 När man kastar tre gånger så får man antingen ingen sexa eller minst en sexa. Sannolikheten att det inte blir en sexa är vid varje kast 5/6. Sannolikheten att inte få någon sexa om man kastar tre gånger är $5/6 \cdot 5/6 \cdot 5/6 = 125/216$. Sannolikheten att det blir minst en sexa är
$1 - 125/216 = 91/216 \approx 42$ %.

6035 Sannolikheten är
$0{,}7 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 \,.\, 0{,}3 + 0{,}3 \,.\, 0{,}2 =$
$= 44$ %.

6036 Sannolikheten att den första är röd är 2/3. Sannolikheten att den andra också är röd är 1/2. Sannolikheten att båda är röda är $2/3 \cdot 1/2 = 1/3$. Alternativ C är rätt.

6041 Diagrammet ger intryck av att vinsten fördubblades. I själva verket var ökningen endast 4 %.

6046 Kapitalet ökar med 67 %. Men den högra fågeln är mycket mer än 67 % större än den vänstra.

6051 Diagrammet ger felaktigt intryck eftersom y-axeln är kapad. Om man skulle rita ut hela y-axeln skulle kurvan vara mer vågrät.

6056 När cykelns höjd ökar så ökar längden i motsvarande grad. Det gör att en fördubbling av försäljningen i diagrammet ser ut som en fyrdubbling.

6059 Frekvens anger hur många gånger en viss observation förekommer. Den relativa frekvensen anger hur många procent av alla observationer som är just den observationen.

6062 Summan av alla frekvenser är 105 %.

6065 I 6061 består observationerna av tal medan det i 6062 är bilmärken.

6068 Man kan ange relativ frekvens i bråkform och i decimalform.

6071 Båda har rätt eftersom 1/5 = 20 %.

6074 Summan är 109 %.

6077 100 % motsvarar 360°. Alltså motsvaras 1 % av 3,6°.

6080 Eftersom vi inte vet om antalet matcher var lika stort de båda säsongerna går det inte att dra den slutsats som Liam gör.

Läxa 21

8 a) T ex att en sten faller till marken när man släpper den.
b) T ex att man får ett rätt kort om man tar ett kort ur en kortlek.
c) T ex att få en 7:a om man kastar en vanlig tärning.

12 Hundgårdens diameter:
31,4 / π m ≈ 10 m
Hundgårdens area:
π · 52 m² ≈ 78,5 m²
Ny omkrets: (31,4 + 4) m =
= 35,4 m
Ny diameter: 35,4 / π m ≈
≈ 11,268 m
Ny radie: 5,634 m
Ny area: π · 5,634 m² ≈ 99,7 m²
Ökning:
(99,7 – 78,5) m² = 21,2 m²
Ökning (%): 21,2 / 78,5 ≈ 27 %

Veckans problem

Det här är två talföljder som går i varandra. Den ena talföljden är 5, 10, 15 och den andra 6, 12, 18. De två följande talen är därför 20 och 24.

Läxa 22

8 Att båda kulorna är röda kan bara ske på ett sätt – först är den ena kulan röd och sen är också den andra röd. Att kulorna har olika färg kan ske på två sätt. Antingen är den första röd och den andra vit eller också är det tvärtom.

12 Hjulets omkrets:
π · 0,3 mm ≈ 0,9425 mm
På en sekund rör sig en punkt på hjulet 350 000 · 0,9425 / 60 mm ≈ 5 498 mm ≈ 5,5 m.
Hastigheten är alltså 5,5 m/s.

Veckans problem

Theo har 28 kulor och Shermin har 20 kulor.

Läxa 23

8 Bilden ger intryck av att försäljningen 2011 var tre gånger så stor som 2010. I själva verket är ökningen endast ca 13 %. Felet ligger i att y-axeln kapats.

12 Wyomings längd:
12 000 000 · 0,048 m = 576 km
Wyomings bredd:
12 000 000 · 0,038 m = 456 km
Area: 576 · 456 km2 ≈
≈ 260 000 km2

Veckans problem

Stina och Emelie behövde en kvart för att ta sig till mötesplatsen. På den kvarten hann Jansson 20/4 km = 5 km.

Läxa 24

8 T ex 5 8 8 8 11

12 Framhjulens omkrets:
24π tum
Bakhjulens omkrets: 26π tum
Antag att bakhjulen snurrar x varv när framhjulen snurrar (x + 1) varv.
26πx – 24π(x + 1) = 0
x = 12
När bakhjulen snurrat 12 varv har lastbilen rört sig
12 · 26 · π · 0,025 m ≈ 24,5 m

Veckans problem

15°

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 0,7
b) $\frac{1}{2}$
c) –2

2 a) 9,8
b) 4,2
c) 0,08

3 a) 15
b) 41
c) $\frac{1}{6}$

4 a) cm
b) mil
c) km/h
d) s

5 a) $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\ \%$
b) $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\ \%$
c) $\frac{7}{10} = 0,7 = 70\ \%$

6 a) 9 735
b) 5 973

7 a) 36 st
b) 60 kg
c) 120 m

8 a) 65
b) 78
c) 8,5

9 a) 7,55
b) 2,95
c) 0,175

10 1 125 g

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 88 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

Sannolikheten att man från början väljer bildörren är 1/3 och att man väljer en getdörr 2/3.

Alternativ 1: Jag byter inte dörr.
Man vinner då bilen under förutsättning att man pekade på rätt dörr från början. Sannolikheten att vinna bilen är alltså 1/3.

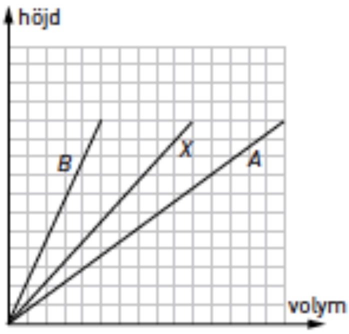
Alternativ 2: Jag byter dörr.
Med den taktiken vinner man, om man från början pekade på en getdörr. Eftersom tävlingsledaren öppnar den andra getdörren, måste bilen finnas bakom den tredje dörren. Sannolikheten att man från början väljer en getdörr är 2/3.

Sannolikheten är alltså dubbelt så stor att vinna bilen, om man byter dörr i stället för att hålla fast vid sitt första val. Det här problemet är också känt under namnet ”Monty Hall-problemet”. På nätet kan man hitta sajter där man kan testa problemet med datorns hjälp.

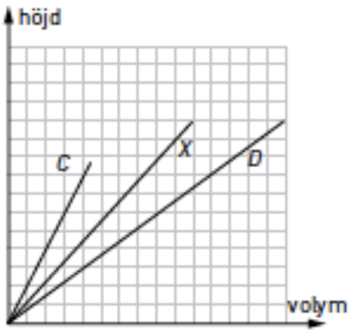
Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 87 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

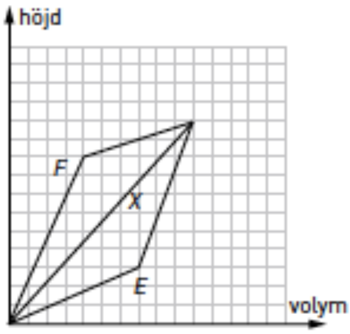
1 a)



b)

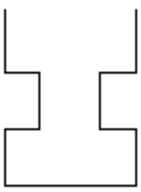


c)

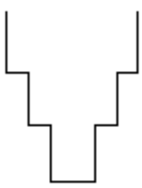


2 1-B, 2-F, 3-A, 4-D, 5-C

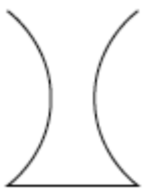
3 a)



b)



c)



Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Sidovinkel”.

1 Man dividerar antalet gynnsamma utfall med antalet möjliga utfall.

2 Man multiplicerar sannolikheten för de olika händelserna.

3 a) Linjediagram används lämpligen när man vill visa hur något förändras med tiden.
b) Cirkeldiagram används när man vill visa hur det hela fördelas på sina delar.

4 Man dividerar frekvensen för ett visst värde med antalet värden.

5 Ett helt varv är lika med 360°. Ett helt varv motsvarar också det hela, dvs 100 %.
1 % motsvarar därför 360° / 100 = 3,6°.

6 –

7 Sannolikheten att det blir ”två krona” är $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Sannolikheten att det blir ”två klave” är lika stor, dvs $\frac{1}{4}$.
Den tredje möjligheten, att det blir en krona och en klave är då $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

Problemlösning

1 P

2 8 veckor

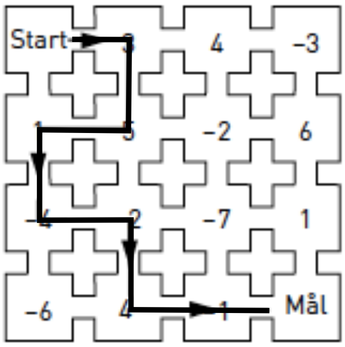
3 Alla tal utom 3 kan skrivas som en produkt av två likadana tal, t ex $1 \cdot 1 = 1$, $2 \cdot 2 = 4$, $3 \cdot 3 = 9$ osv. De är så kallade jämna kvadrater.

4 Var och en sätter en blomplanta på 4 minuter. Om tio personer ska sätta en planta var så tar det också 4 minuter.

5 Det är 26 elever som spelar innebandy och/eller fotboll. Eftersom 16 elever spelar innebandy och 17 elever spelar fotboll så är det (16 + 17 – 26) = 7 elever som spelar både och.

6 8 får och 15 gäss

7 Se bild:



8 Linda delar in mynten i fem stycken grupper om tre. Hon väger dem tre och tre i en eller högst två omgångar. Vare sig de väger lika eller olika är det lätt att avgöra i vilken tregrupp som det felande myntet finns. En vägning av två mynt i denna tregrupp ger sedan det felande myntet.