ARBETSBLAD

Åk 9

LÄRARFACIT

Kap 1: Taluppfattning och tals användning

1007 Gabriel har rätt.

1014 T ex
a) $7 + 4 = 11$
b) $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (Men också
$7 + 4 = 11$ efterson heltal också är rationella tal.)

1021 A: Nej, de naturliga talen är 0, 1, 2, 3 ...
B: Ja, eftersom 0,17 kan skrivas som t ex $\frac{17}{100}$
C: Ja, de reella talen består av de rationella och de irrationella talen. π är ett irrationellt tal.
D: Ja
E: Nej, irrationella tal kan inte skrivas i bråkform.

1028 Vi sätter
$x = 0{,}777\,777\,777\ ...$
Då är $10x = 7{,}777\,777\,777\ ...$
Vi får att
$10x - x = 7{,}777\,777\,777\ ...$
$-0{,}777\,777\,777\ ... = 7.$
Alltså är $9x = 7$ och $x = \frac{7}{9}$.
Talet är alltså rationellt.

1036 T ex kan man visa att –3 ligger längre till höger på tallinjen än –9. Alltså är –3 det större talet.

1044 Ja, det stämmer. Till exempel så är $3 \cdot (-3)$ samma sak som $(-3) + (-3) + (-3) = -9$.

1052 T ex $-\frac{2}{3}$.

1060 T ex
a) $(-8) + (-4) = -12$
b) $(-2) - (-6) = 4$

1067 T ex är $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ och $2^2 = 2 \cdot 2$. Alltså är 2^1 endast lika med 2.

1074 *m* är ett jämnt tal, vilket som helst och *n* är ett udda tal, vilket som helst.

1081 T ex $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0{,}25$

eller $\left(\frac{2}{4}\right)^2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

1088 Att $-3^2 = -9$ kan vi förstå om vi sätter in det t ex i uttrycket $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$.
$(-3)^2 = 9$ eftersom
$(-3) \cdot (-3) = 9$.

1094 Vidar har fel eftersom
$10^4 = 10\,000$ och $10^2 = 100$.

1100
$25 \cdot 10^3 = 25 \cdot 1\,000 = 25\,000$
och
$2{,}5 \cdot 10^4 = 2{,}5 \cdot 10\,000 = 25\,000$.

1106 En tredjedel av 3^9 är lika med $\frac{3^9}{3} = 3^8$.

1109 Längden skulle bli
$6 \cdot 10^8 \cdot 0{,}14$ m $= 8{,}4 \cdot 10^7$ m $=$
$= 8{,}4 \cdot 10^4$ km $= 8{,}4 \cdot 10^3$ mil.
Det motsvarar Sveriges längd
$8{,}4 \cdot 10^4 / 1{,}6 \cdot 10^3$ ggr ≈ 50 ggr.

1111 $3 \cdot 10^8$ m/s $=$
$= 3 \cdot 10^5$ km/s $=$
$= 3 \cdot 10^5 \cdot 3\,600$ km/h $=$
$= 1{,}08 \cdot 10^9$ km/h

1112 $2^{25} + 2^{25} = 2 \cdot 2^{25} = 2^{26}$
Alltså är $x = 26$.

1119 $10^{-1} = 0{,}1$ medan $(-1)^{10}$ är (-1) multiplicerat med sig självt tio gånger och alltså lika med 1.

1126 Ja, det stämmer när det gäller ett tal mindre än 1 men större än –1. T ex är
$0{,}0025 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ och
$-0{,}012 = -1{,}2 \cdot 10^{-2}$. Men det stämmer inte för ännu mindre tal, t ex –2 500 som ju i grundpotensform är lika med
$-2{,}5 \cdot 10^3$.

1133 Vi har att $10^{-2} = 0{,}01$ och $10^{-1} = 0{,}1 = 0{,}10$. Alltså är $0{,}05 = \frac{5}{100}$ ett exempel på ett bråk som är större än 10^{-2} men mindre än 10^{-1}.

1140 Vi har att $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$.
På samma sätt har vi att
$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

1147 Eftersom k är en förkortning för kilo som betyder tusen så är 1 kkr = 1 000 kr.

1154 T ex har vi att 2,3 hl =
= 230 liter = 2 300 dl. Men vi kan också skriva att
2,3 hl = 0,23 kl.

1161 $(-4)^4$ är ett positivt tal och är därför större än det negativa talet $(-5)^3$.

1168 Det stämmer för positiva tal men inte för negativa. Det stämmer t ex inte om $x = -5$ och $y = -3$. Då är $x < y$.
Men $(-5)^2 = 25$ och $(-3)^2 = 9$ och då är $x^2 > y^2$.

1194 b) 15 miljoner $= 1{,}5 \cdot 10^7$ och 130 mil $= 1{,}3 \cdot 10^2$ mil $=$
$= 1{,}3 \cdot 10^8$ cm. Längden av en cigarett är alltså
$1{,}3 \cdot 10^8 / 1{,}5 \cdot 10^7$ cm ≈ 9 cm.
d) 2,5 ton = 2 500 kg =
$= 2{,}5 \cdot 10^6$ g $= 2{,}5 \cdot 10^9$ mg. När en cigarett brinner bildas
$2{,}5 \cdot 10^9 / 1{,}5 \cdot 10^7$ mg $\approx$
$\approx$ 170 mg koldioxid.

e) Det tar $1{,}5 \cdot 10^7 \cdot 5$ min att röka jättecigaretten. Det motsvarar $\frac{1{,}5 \cdot 10^7 \cdot 5}{60 \cdot 24 \cdot 365} = 140$ år.

1223

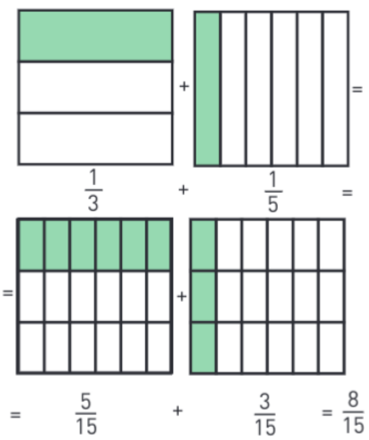
a) $\frac{180}{150} \cdot 1 \text{ m} \approx 0{,}7 \text{ m}$

b) $\frac{778}{150} \cdot 1 \text{ m} \approx 5{,}2 \text{ m}$

c) $\frac{4\,500}{150} \cdot 1 \text{ m} \approx 30 \text{ m}$

Läxa 1

8 T ex



12 Planets hastighet är $900 / 3{,}6$ m/s $= 250$ m/s $=$ $= 250\,000$ mm/s. På kartan blir hastigheten $250\,000/50\,000$ mm/s $=$ $= 5$ mm/s.

Veckans problem

A = 11, B = 2, C = 13, D = 3.

Summan är lika med 29.

Läxa 2

8 T ex $0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01 = 1\,\%$ eller $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{100} = 1\,\%$.

11 Arean är $\left(\frac{6{,}3 \cdot 3{,}5}{2} - \frac{1{,}8 \cdot 1{,}0}{2}\right) \text{cm}^2 \approx$ $\approx 10 \text{ cm}^2$.

12 Mellan två stenar är det $1\,000 \cdot 0{,}593$ m $= 593$ m. Om det tar 4 min mellan två stenar så är hastigheten $\frac{593}{4}$ m/min $=$ $= 148{,}25$ m/min $= 8{,}895$ km/h.

Det motsvarar $\frac{8{,}895}{1{,}85}$ knop $\approx$ $\approx 4{,}8$ knop.

Veckans problem

På 1 h målar Peter $\frac{1}{6}$ av planket och Weronika $\frac{1}{3}$. Tillsammans målar de på en timme $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} =$ $= \frac{1}{2}$ dvs halva planket. Hela arbetet tar då två timmar.

Läxa 3

8 T ex $\frac{1}{2} / \frac{1}{4} = \frac{2}{4} / \frac{1}{4} = 2$ eller $\frac{1}{2} / \frac{1}{4} = 0{,}5 / 0{,}25 = 2$.

11 Antag att bredden är *x* m. Det ger ekvationen $\pi \cdot 2^2 \cdot x = 19$ med lösningen $x \approx 1{,}5$. Däcket är alltså 1,5 m brett.

12 Hjulets omkrets är $\pi \cdot 4$ m. På en sekund rör sig trucken $\pi \cdot 44$ m $= \pi$ m. Hastigheten är π m/s $= 3{,}6\pi$ km/h ≈ 11 km/h.

Veckans problem

Ta ett mynt från den första traven, två mynt från den andra, tre mynt från den tredje traven och så vidare. Om vägningen av de sammanlagt 55 mynten till exempel ger resultatet 554 g, vet vi att de falska mynten finns i den fjärde traven. Det finns ju i så fall fyra falska mynt på vågen.

Läxa 4

8 Lewis räknade additionen först.

12 Skogsområdet är ett parallelltrapets med de parallella sidornas längder $15\,000 \cdot 6$ cm $= 900$ m och $15\,000 \cdot 4$ cm $= 600$ m. Höjden är också 600 m. Vi delar upp området i en kvadrat och en triangel och får då att arean är $(600 \cdot 600 + \frac{300 \cdot 600}{2}) \text{ m}^2 =$ $= 220\,000 \text{ m}^2$ vilket är lika med 45 ha.

Veckans problem

0 m

Taluppfattning och huvudräkning

På sidan 9 här i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer om hur avsnittet Taluppfattning och huvudräkning kan användas.

1 a) 20 möss
b) 7 hundar
c) 8 spindlar

2 a) 0,7
b) 0,012
c) 0,03

3 a) 1 500 g
b) 250 g
c) 300 g

4 a) $\frac{5}{12}$
b) 4 st

5 a) C
b) B

6 a) 15
b) 1,1
c) 0,8

7 a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{1}{18}$

8 a) –4
b) 0,125
c) 2^3 (8)

9 a) 72
b) 36
c) –1

10 a) $x = 50$
b) $x = 5$
c) $x = 4$

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 81 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

– Vi räknar med att 1 dollar motsvarar ca 7 kr. 1 500 miljarder dollar motsvarar då ca 10 000 miljarder kr.

– En tusenlapp är ca 0,1 mm tjock.

– Det betyder att 1 miljard kr i 1 000-lappar är 1 000 000 · 0,1 mm = 100 000 mm = 100 m tjockt.

– 10 000 miljarder kr är 10 000 · 100 m = 1 000 000 m = 1 000 km = 100 mil tjockt.

– Som jämförelse kan Sveriges längd användas – 160 mil.

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 75 finns en specifik bedömningsmatris till denna uppgift.

1 a) 1^2 st
b) 2^2 st
c) 3^2 st
d) 4^2 st
e) 10^2 st

2 a) 4 st
b) 8 st (4 · 2)
c) 12 st (4 · 3)
d) 16 st (4 · 4)
e) 40 st (4 · 10)

3 a) n^2 st
b) 4 n st (4 · n)

4 a) ($n^2 + 4n$) st
b) 2 700 st

5 Vi kan sätta upp en tabell för att undersöka det hela:

a) Figur 2
b) Figur 4
c) Figur 8

Figur nr	*Antal blå*	*Antal gula*
1	1	4
2	4	8
3	9	12
4	16	16
5	25	20
6	36	24
7	49	28
8	64	32

6 Vi får ekvationen $n^2 = 10 \cdot 4n$. Eftersom n inte kan vara 0 så dividerar vi båda leden med n och får då att $n = 40$. I figur 40 är antalet blå kulor $40^2 = 1\,600$ och antalet gula $4 \cdot 40 = 160$.

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör hit är ”Median”.

1 –

2 Genom att förlänga med 1 000 får vi att $\frac{1{,}2}{0{,}003} = \frac{1{,}2 \cdot 1\,000}{0{,}003 \cdot 1\,000} = \frac{1\,200}{3}$.

3 T ex kan man visa att –2 ligger längre till höger på tallinjen än –6. Alltså är –2 det större talet.

4 Ett rationellt tal kan alltid skrivas som ett bråk. Vi kan skriva 0,65 som till exempel $\frac{65}{100}$ eller $\frac{13}{20}$
Alltså är 0,65 ett rationellt tal.

5 Det är ett tal med en tiopotens och en faktor före som är ett tal mellan 1 och 10, till exempel $3 \cdot 10^4$.

6 Två förslag är $4 / \frac{2}{5} = \frac{20}{5} / \frac{2}{5} = 10$ och $4 / \frac{2}{5} = 4 / 0{,}4 = 10$.

7 $7^3 \cdot 7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^8$.

8 a är vilket tal som helst. Låt oss för enkelhets skull sätta $a = 10$. Vi har då till exempel att $\frac{10^2}{10^2} = 10^{2-2} = 10^0$. Men vi har också att $\frac{10^2}{10^2} = \frac{100}{100} = 1$. Alltså är $10^0 = 1$

Problemlösning

1 36 st

2 De har vunnit tre matcher.
Det finns inte fler lösningar.

3 T ex är x = 3, y = 4 och z = 5.

4 Pernilla ska ha 2/3 av vinsten, vilket motsvarar 5 840 kr. Patrik får då 2 920 kr.

5 3 röda kulor motsvarar 6 gröna, dvs 1 röd kula motsvarar 2 gröna. 2 gula kulor motsvarar 5 gröna. 6 gröna kulor motsvarar 4 vita, dvs 1 vit kula motsvarar 1,5 grön kula. Det antal gröna kulor som väger lika mycket som 4 röda, 2 gula och 2 vita blir då 8 + 5 + 3 = 16.

6 Talen till höger är produkten av talen till vänster adderad med 5. I sista rutan ska det då för stå 35 ($3 \cdot 5 \cdot 2 + 5 = 35$).

7 Tåget ska åka 1 200 m. Med hastigheten 30 m/s tar det 40 s.

8 Tre högar med 2 kort över kan innebära att antalet kort är 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23 etc.
Fyra högar med 1 kort över kan innebära att antalet är 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33 etc.
Fem högar med 3 kort över kan innebära att antalet är 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38 etc. Det enda tal under 100 som finns i alla tre talföljderna är 53, vilket alltså är det antal kort som efterfrågas.

Kap 2: Algebra

2008 Det är hur mycket man får tillbaka på 500 kr om man köper två biobiljetter och två askar popcorn.

2016 –

2024 T ex $4y$ och $0{,}25y$.

2032 a) Det är antalet kulor som inte är blå, gula eller röda.
b) Det är hur många procent av kulorna som är röda.
c) Det är hur många procentenheter fler röda kulor än gula som finns i påsen.

2040 På andra raden ska det vara $4ab$ i stället för $2ab$.

2048 a) $3z = 3 \cdot z$
b) Ekvationen $3 + z = 3z$ har lösningen $z = 1{,}5$. För det värdet på z har uttrycken samma värde.

2056 $(50 - 3)(30 + 4) =$
$= 1\,500 + 200 - 90 - 12 = 1\,598$

2064 Vi kallar talet för x. Vi får sen i tur och ordning:
$3x$
$3x + 1$
$9x + 3$
$10x + 3$
I det tal vi nu fått är x tiotalssiffra och 3 entalssiffra. Om vi stryker entalssiffran 3 så finns tiotalssiffran x kvar, det vill säga det tal som vi skrev från början.

2069 –

2074 Det enklaste sättet är nog att man inser att $2x = 1$. Alltså är $x = 0{,}5$.

2079 0,1

2082 Antag att det kostade x kr per person när de var sex personer. Hyreskostnaden var då $6x$ kr. Om de varit två personer till hade hyran per person varit $(x - 100)$ kr. Det leder till ekvationen
$6x = 8(x - 100)$ med lösningen $x = 400$. Hyreskostnaden var alltså $6 \cdot 400$ kr = 2 400 kr.

2084 Vi kallar tiotalssiffran för x och entalssiffran för y. Talets värde är då $(10x + y)$. Talets siffersumma är $(x + y)$. Vi utför subtraktionen och får då $(10x + y) - (x + y)$ vilket kan förenklas till $9x$, ett tal som är delbart med 9.

2090 T ex $0{,}5x$ och $2x$.

2096 Alex har löst ekvationen rätt.

2102 –

2107 Antag att x liter alkohol ska tillsättas. Från början är det $0{,}05 \cdot 1$ liter parfymolja i flaskan. Efter att x liter alkohol tillsatts är det $0{,}04(1 + x)$ liter parfymolja. De båda volymerna är lika och därför blir ekvationen $0{,}05 = 0{,}04(1 + x)$ med lösningen $x = 0{,}25$. Det ska alltså hällas 0,25 liter (2,5 dl) ren alkohol i flaskan.

2108 Bodils vikt är lika med medelvärdet av vad Adam och Cissi väger eller Bodil väger hälften av Adams och Cissis sammanlagda vikt.

2113 Båda har rätt.

2118 Ja, det stämmer. T ex kan proportionen 7 : 10 skrivas som $\frac{7}{10} = 70\ \%$.

2123
$35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 7:20$

2126 Proportionen 2 : 3 kan skrivas 10 : 15. Den andra proportionen kan på motsvarande sätt skrivas 15 : 24. Proportionen mellan alla tre talen kan alltså skrivas 10 : 15 : 24. Om vi kallar talen $10x$, $15x$ och $24x$ får vi ekvationen $10x + 15x + 24x = 98$ med lösningen $x = 2$. De tre talen är alltså 20, 30 och 48.

2127 Runt triangeln ritar vi en kvadrat med arean 9 cm^2. Triangelns area är då
$(9 - 1{,}5 - 1{,}5 - 2)$ cm^2 = 4 cm^2. På motsvarande sätt får vi fyrhörningens area till
$(20 - 3 - 3 - 1{,}5 - 2)$ cm^2 =
= 10,5 cm^2. Proportionen är
$\frac{4}{10{,}5} = \frac{8}{21} = 8:21$

2128 $B = A + 0{,}4A = 1{,}4A$. Proportionen mellan talen är då
$\frac{A}{1{,}4A} = \frac{1}{1{,}4} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7} = 5:7.$

Läxa 5

8 T ex

Figur 1 Figur 2 Figur 3

12 Skivans omkrets vid yttre kanten är π · 0,12 m. Varje sekund snurrar skivan $\frac{1{,}3}{\pi \cdot 0{,}12}$ varv ≈ 3,448 varv.
På en minut snurrar skivan
60 · 3,448 varv ≈ 210 varv.

Veckans problem

Till de ensiffriga sidorna krävs 9 siffror (1–9).
Till de tvåsiffriga sidorna finns (119 – 9) siffror = 110 siffror. Det räcker till 55 st tvåsiffriga sidor.
Tidningen har alltså
(9 + 55) sidor = 64 sidor.

Läxa 6

8 På sista raden ska det vara $-x^2$.

12 Den första flaskan innehåller $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$ liter $= \frac{2}{9}$ liter. Den andra flaskan rymmer $\frac{3}{2}$ liter. Den blir fylld till $\frac{2}{9} / \frac{3}{2} = \frac{4}{18} / \frac{27}{18} = \frac{4}{27}$.

Veckans problem

Vi gör en tabell och söker ett mönster:

$2^1 = 2$	$2^5 = 32$	$2^9 = 512$
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$	·
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$	·
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$	·

Vi ser att alla potenser där exponenten är delbar med 4 slutar på siffran 6. Eftersom 100 är delbart med 4 så är den sista siffran en 6:a om talet skrivs ut.

Läxa 7

8 –

11 Den första delen tar
$\frac{20}{60}$ h $= \frac{1}{3}$ h = 20 min.
Resterande 60 km ska Ingegerd köra på 50 min. Det ger medelhastigheten
60 / 50 km/min = 1,2 km/min
vilket motsvarar
60 · 1,2 km/h = 72 km/h.

12 Vi antar att det är x km till Vintergatans centrum från vårt solsystem. Ett varv runt centrum blir då $2 \cdot \pi \cdot x$ km. Den tid det tar för ett varv är $250 \cdot 10^6$ år =
$= 250 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3\,600$ s ≈
$\approx 7{,}88 \cdot 10^{15}$ s.
Formeln $s = v \cdot t$ ger ekvationen
$2\pi x = 250 \cdot 7{,}88 \cdot 10^{15}$ med lösningen $x \approx 3{,}1 \cdot 10^{17}$. Det sökta avståndet är alltså
$3{,}1 \cdot 10^{17}$ km.

Veckans problem

Det sista talet på varje rad är en så kallad jämn kvadrat. Det sista talet på rad 30 är därför 900.
Talet 901 är det första talet på rad 31.

Läxa 8

8 $\frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 3:5$ och
$\frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 3:5.$

11 Cirkeln i mitten har arean
$\pi \cdot 2{,}52\ \text{cm}^2 = 6{,}25\pi\ \text{cm}^2$.
Eftersom mittcirkeln har radien 2,5 cm är bredden på övriga cirklar $\frac{22{,}5}{9}$ cm = 2,5 cm. De två koncentriska cirklar som begränsar området som ger 5 poäng har radierna 15 cm respektive 12,5 cm. Områdets area är $(\pi \cdot 152 - \pi \cdot 12{,}52)\text{cm}^2 =$
$= 68{,}75\pi\ \text{cm}^2$. Området som ger 5 poäng är alltså
68,75π / 6,25π ggr = 11 ggr så stort som området som ger 10 poäng.

12 Hjulets omkrets är π · 0,7 m.
På en minut hinner cyklisten
220 · π · 0,7 m ≈ 484 m. På en timme skulle det bli
60 · 0,484 km ≈ 29 km.
Hastigheten är alltså 29 km/h.

Veckans problem

Produkten är ungefär
$3{,}8 \cdot 10^{20} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{14} \approx 18 \cdot 10^{34} =$
$= 1{,}8 \cdot 10^{35}$. Detta tal har 36 siffror.

Taluppfattning och huvudräkning

På sidan 9 här i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer om hur avsnittet Taluppfattning och huvudräkning kan användas.

1 a) 35 055
b) 1 500 000
c) 0,003 ($\frac{3}{1\,000}$)
d) 3 055 000

2 a) 18
b) 5
c) 120

3 a) >
b) >
c) <

4 0,4

5 a) $\frac{125}{0,97}$
b) $125 \cdot 0,97$

6 a) 1
b) –7,5
c) 550

7 a) 2
b) 67,5
c) 0

8 a) 20 km/h
b) 30 min
c) 8 km

9 a) T ex $\frac{7}{24}$
b) T ex $\frac{3}{20}$

10 a) –12
b) –1
c) T ex (–1) – (–6) = 5

Resonera och utveckla

På sidan 9 finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 76 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 a) –
b) –
c) Summan är densamma.

2 a) (x + 1), (x + 7) och (x + 8)
b) x + (x + 8) = 2x + 8
(x + 1) + (x + 7) = 2x + 8

3 a) Differensen är alltid 7.
b) $(x + 1)(x + 7) - x(x + 8) =$
$= x^2 + 7x + x + 7 - x^2 - 8x = 7$

4 a) 180
b) 180
c) Vi kallar det minsta talet för x. Övriga tal är då (x + 1), (x + 2), (x + 7), (x + 8), (x + 9), (x + 14), (x + 15) och (x + 16).
Vi utför beräkningen i a och får då (x + 8) och 9(x + 8) = 9x + 72.
Vi utför sen beräkningen i b och får då också uttrycket 9x + 72.

Räkna och häpna

På sidan 10 finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 81 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

Vi räknar med att jordens befolkning uppgår till 7 miljarder och att vi i genomsnitt är 1,5 m långa. Den sammanlagda längden är då $7 \cdot 10^9 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ km = $10{,}5 \cdot 10^6$ km ≈ 10^7 km. Till månen är det 380 000 km = $3{,}8 \cdot 10^5$ km. Raden med människor räcker till $\frac{10^7}{3{,}8 \cdot 10^5}$ broar ≈ 26 broar till månen.

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör hit är ”Blandad form”.

1 –

2 –

3 Det är ett tal vilket som helst, ett godtyckligt tal.

4 2x betyder 2 · x och x^2 betyder x · x.

5 Genom prövning

6 Balansmetoden går ut på att man hela tiden gör samma sak i ekvationens båda led.

7 Talet 15 är $\frac{15}{25}$ av talet 25. $\frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 3:5$

8 T ex 17 – (10 – 3) = 17 – 7 = 10 vilket är lika med 17 – 10 + 3

Problemlösning

1 3 731 eller 5 351

2 B, D och F

3 Fem bitar innebär att Emil behöver såga fyra gånger. Nio bitar innebär åtta sågningar. Tiden blir därför 2 · 6 min = 12 min.

4 Var och en av siffrorna kan placeras överst och den kan då vridas på fyra olika sätt. Antalet sätt som tärningen kan placeras på är därför
6 · 4 = 24.

5 Om vi kallar vikterna för R, M och J får vi att:
R + M = 130
M + J = 115
R + J = 125
Vi får att 130 + 115 + 125 = 370. Vi har då fått med vikten av alla tre vikter två gånger. Om vi därför dividerar med 2 så får vi deras sammanlagda vikt. Den är 370 / 2 kg = 185 kg.

6 En lösning är: (9 + 8 – 7 – 6 + 5 – 4) / (3 + 2) = 1

7 Vi ska här räkna ut summan av talen
2 + 4 + 6 + ... + 1 996 + 1 998 + 2 000.
Om vi adderar första och sista termen, andra och näst sista osv, så får vi 500 summor som var och en är lika med 2 002. Hela summan är därför 500 · 2 002 = 1 001 000.

8 Förslag på lösningar:

$$2 = \frac{3+3}{3}$$

$$3 = \frac{3 \cdot 3}{3}$$

4 = 3 + 3 / 3

6 = 3 · 3 – 3

7 = 3! + 3 / 3

$$8 = 3! + \frac{3!}{3}$$

$$9 = \frac{3^3}{3}$$

Kap 3: Geometri

3004 Bokstaven M

3008 –

3012 a) T ex HUM
b) T ex BED

3016 En liksidig triangel måste vridas $\frac{360°}{3}$ = 120°, en kvadrat $\frac{360°}{4}$ = 90°, en regelbunden femhörning $\frac{360°}{5}$ = 72° osv. En regelbunden *n*-hörning måste vridas $\frac{360°}{n}$ för att samma figur ska återkomma.

3021 Ja, den blir likformig.

3026 Det gäller alla regelbundna *n*-hörningar och cirklar.

3031 –

3035 Vi antar att talen är 4*x* och 9x. Enligt informationen i texten får vi ekvationen $\frac{4x-1}{9x+1} = \frac{2}{5}$ med lösningen *x* = 3,5. Talen är alltså 14 och 31,5.

3036 Det vore en mycket dålig affär att köpa en sådan tomt eftersom dess area är 0 m^2 . Två av triangelns sidor är ju tillsammans lika långa som den tredje och då är det ju inte någon triangel alls.

3041 Ja

3046 0,2 = $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ = 1 : 5

3051 a) Förändras inte alls
b) 3 : 1
c) 9 : 1

3055 Jordens diameter är 40 000 / π km och radie 20 000 / π km = 2 · 10^4 / π km.

Jordens volym är
$$\frac{4 \cdot \pi \cdot \left(2 \cdot 10^4/\pi\right)^3}{3} \text{ km}^3 =$$
$$= \frac{4 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^{12}}{3 \cdot \pi^2} \text{ km}^3 =$$
$$= \frac{3{,}2 \cdot 10^{13}}{3 \cdot \pi^2} \text{ km}^3 = \frac{3{,}2 \cdot 10^{22}}{3 \cdot \pi^2} \text{ m}^3$$

Om längdskalan är 1 : 10^7 så är volymskalan 1 : 10^{21}. Modellens volym är då $\frac{3{,}2 \cdot 10^{22}}{3 \cdot \pi^2 \cdot 10^{21}}$ m^3 ≈ ≈ 1,1 m^3.

3056 Genom prövning kan man komma fram till att längdskalan ungefär är 3,2 : 1. Den exakta längdskalan är $\sqrt{10}:1$.

3064 $\left(\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

3072 $\sqrt{12}$ ligger mellan $3 = \sqrt{9}$ och $4 = \sqrt{16}$.

3080 Oliver och Emma har rätt.

3088 $\sqrt[3]{27}$ är ”tredjeroten ur 27” vilket är det tal som multiplicerat med sig självt tre gånger är 27. Alltså är $\sqrt[3]{27}$ = 3.

3094 *x* och *y* är längden av kateterna och *z* är längden av hypotenusan.

3100 Daniel har inte tänkt rätt.

3106 Båda har räknat rätt eftersom det i uppgiften inte står angivet om de två sidorna är den rätvinkliga triangelns kateter eller om den längre sidan, 11 cm, är hypotenusa.

3109 Vi kallar rektangelns sidor för *x* och 3*x*. Det ger ekvationen $x^2 + (3x)^2 = \left(\sqrt{490}\right)^2$. Det ger $x^2 + (3x)^2 = 490$ med lösningen *x* = 7. Rektangelns sidor är alltså 7 cm och 21 cm, vilket ger arean 147 cm^2 .

3110 Kateterna i den andra rektangeln antas vara *x* cm och (27 – *x*) cm. Likformigheten ger ekvationen $\frac{x}{2} = \frac{27-x}{7}$ med lösningen *x* = 6. Kateterna är alltså 6 cm och 21 cm. Vi kallar hypotenusans längd för *y* och får då $y^2 = 6^2 + 21^2$ med lösningen *y* = $\sqrt{477}$ ≈ 22. Hypotenusan är alltså 22 cm.

3111 Vi börjar med att räkna ut längden av diagonalen *AC*. Vi kallar längden av den för *x* och får då ekvationen $x^2 = 9^2 + 6^2$ vilket leder till att *x* = $\sqrt{117}$. Om vi sedan kallar den sökta sträckan för *y* får vi ekvationen $y^2 = \left(\sqrt{117}\right)^2 + 4^2$.
Förenkling ger att $y^2 = 117 + 16$ med lösningen *y* = $\sqrt{133}$ ≈ 11,5. Diagonalen är alltså 11,5 cm lång.

3112 Om man böjer ståltråden så att sidorna blir 3 dm, 4 dm och 5 dm så blir triangeln rätvinklig.

3132 Vi kan kalla cirkelns radie för *x* cm och får då π · x^2 = 81π med lösningen *x* = 9. Kvadratens sida är 18 cm och arean är 18^2 cm^2 = 324 cm^2 .

3153 b) Till vår närmaste stjärna är det 4,3 · 3 · 10^5 · 3 600 · 24 · 365 km ≈ 4,07 · 10^{13} km. Den tid det skulle ta är $\frac{4{,}07 \cdot 10^{13}}{5 \cdot 10^4}$ h ≈ ≈ 8 · 10^8 h ≈ 90 000 år.

Läxa 9

8 –

11 95 km/h = 95 / 3,6 m/s ≈ ≈ 26,4 m/s. På 0,02 s hinner åkarna 26,4 · 0,02 m ≈ 0,5 m.

12 Jordens bana runt solen är π · 3 · 108 km. På 1 år går det 365 · 24 h = 8 760 h. Medelhastigheten är π · 3 · 108 / 8 760 km/h ≈ ≈ 110 000 km/h.

Veckans problem

De 25 liter som Ola häller i motsvarar $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{12}$ av tankens volym. Det betyder att 1/12 av tankens volym är 25 / 5 liter = 5 liter. Tanken rymmer alltså 12 · 5 liter = 60 liter.

Läxa 10

8 Om *x* = 2 är de båda nämnarna 0 vilket ger en omöjlig division.

12 a) Gräshoppsvärmens area var 80 000 · 65 000 m^2 = 5,2 · 109 m^2 . Antalet gräshoppor var 50 · 5,2 · 10^9 st = 2,6 · 10^{11} st.

Veckans problem

Vi har att *X* = 0,8Y och att *Z* = 0,6*Y*. Vi får att $\frac{Z}{X}=\frac{0{,}6Y}{0{,}8Y}=$ 0,75Z X. Det innebär att *Z* är 75 % av *X*.

Läxa 11

8 Areaskalan är 9 : 1 vilket innebär att längdskalan är 3 : 1. Volymskalan är då 27 : 1 vilket betyder att den stora kuben har 27 ggr så stor volym som den lilla.

11 a) Medelhastigheten är 160 / 100 km/min = 1,6 km/min vilket motsvarar 60 · 1,6 km/h = = 96 km/h.
b) Den nya medelhastigheten är 100 km/h. Tiden det tar är då 160 / 100 h = 1,6 h = 1 h 36 min. Resan tar alltså 4 min kortare tid.

12 Flaskan innehåller $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$ liter. När det återstår fyra femtedelar finns det i flaskan $\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$ liter. Flaskan är då fylld till $\frac{2}{5}/\frac{2}{3}=\frac{6}{15}/\frac{10}{15}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

Veckans problem

De tal som är jämnt delbara med 2, 3, 4, 5 och 6 är 60, 120, 180 etc. Det antal får som kan komma i fråga är 61, 121, 181 etc. Det enda tal i den följden som ligger mellan 100 och 150 är 121, vilket alltså är det antal får som Gunnar har.

Läxa 12

8 Med hjälp av Pythagoras sats.

12 Antag att det dröjer *x* h innan Olas syster hinner ifatt Ola. Hon har då hunnit 18*x* km. Ola har hunnit 6(*x* + 0,5) km. Eftersom sträckorna är lika långa får vi 18*x* = 6(*x* + 0,5) med lösningen *x* = 0,25. Efter 15 min har alltså Olas syster hunnit ifatt honom. De båda har då hunnit 4,5 km.

Veckans problem

a) 111 – 11 = 100
b) 3 · 33 + 3 / 3 = 100
c) 5 · 5 · 5 – 5 · 5 = 100
d) 7 · 7 + 7 · 7 + 7 / 7 + 7 / 7=100
e) 9 · 9 + 9 + 9 + 9 / 9 = 100

Taluppfattning och huvudräkning

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Taluppfattning och huvudräkning.

1 a) 540 kr
b) 420 kr
c) 240 kr

2 a) 900
b) 105
c) 10

3 0,25 och 25 %

4 a) 1,5
b) 9
c) 2 500

5 900°

6 a) x = 50
b) x = 0
c) x = –50

7 a) n = 4
b) n = –14
c) n = 2

8 a) 7 miljoner
b) 20 miljoner
c) 0,5 miljoner

9 a) T ex $\frac{3}{10}$
b) T ex $\frac{15}{100}$

10 $\frac{y}{3}$ och $\frac{1}{3}\cdot y$

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 81 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

Den första fråga du kan ställa är om det verkligen är möjligt att jordens alla människor får plats på och i Vänern? Svaret på den frågan är att det inte är något problem alls. Vänerns area är ungefär 6 000 km^2 = $6 \cdot 10^3$ km^2 = $6 \cdot 10^9$ m^2. Jordens befolkning är ungefär 7 miljarder = = $7 \cdot 10^9$ Det betyder att varje människa får ungefär $\frac{6 \cdot 10^9}{7 \cdot 10^9}$ m^2 ≈ 0,85 km^2 av Vänerns yta. Det motsvarar arean av en luftmadrass som är 1,7 m lång och 0,5 m bred. Alla människor på jorden kan alltså flyta på Vänerns yta. Eftersom vi nästan flyter på vatten är densiteten ungefär 1 kg/dm^3. Vi antar vidare att en genomsnittsmänniska väger 50 kg. Det betyder att en människas volym är ungefär 50 dm^3 = 0,05 m^3 i genomsnitt. Alla människors volym:
$7 \cdot 10^9 \cdot 0{,}05$ m^3 = $0{,}35 \cdot 10^9$ m^3, vilket är lika med den volym vatten som trängs undan.
Vänerns area: $6 \cdot 10^9$ m^2

$V = B \cdot h$

$0{,}35 \cdot 10^9 = 6 \cdot 10^9 \cdot h$

Vi får att $h \approx 0{,}06$ m. Alltså stiger vattenytan 6 cm – betydligt mindre än de flesta tror.

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 77 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

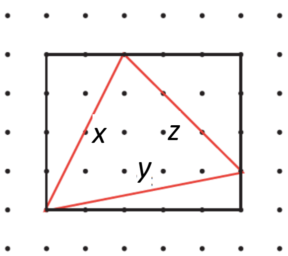
1 a) 14 cm
b) 12 cm^2

2 T ex en rektangel med sidorna 6 cm och 2 cm.

3 7,5 cm^2

4 T ex kan basen vara 4 cm och höjden 3 cm.

5 a) Vi ritar en rektangel runt om triangeln. Triangelns area räknar vi ut genom att ta omgivande



rektangelns area subtraherat med de tre trianglarnas areor. Vi får då att arean är (20 – 4 – 4,5 – 2,5) cm^2 = 9 cm^2.

b) Vi använder Pythagoras sats och räknar ut längden av triangelns tre sidor:

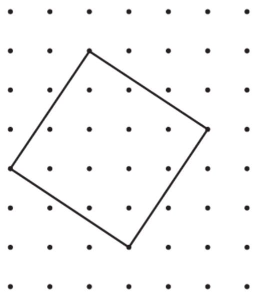
$x^2 = 4^2 + 2^2$ ger $x = \sqrt{20}$

$y^2 = 5^2 + 1^2$ ger $y = \sqrt{26}$

$z^2 = 3^2 + 3^2$ ger $z = \sqrt{18}$

Det exakta värdet på omkretsen är alltså $\left(\sqrt{20} + \sqrt{26} + \sqrt{18}\right)$ cm.

6 En kvadrat med arean 13 cm^2 har sidan $\sqrt{13}$ cm. En rätvinklig triangel med kateterna 3 cm och 2 cm har hypotenusan 13 cm. Kvadraten kan därför placeras på det sätt som bilden visar.



b) 4

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör hit är ”Cylinder”

1 –

2 Kvadratens sida är $\sqrt{50}$ cm.
Omkretsen är $4\sqrt{50}$ cm ≈ 28 cm.

3 En figur är symmetrisk om den har en eller flera symmetrilinjer.

4 –

5 Eftersom $6 = \sqrt{36}$ och $7 = \sqrt{49}$ så är $\sqrt{40}$ ett tal mellan 6 och 7.

6 Bilda en rätvinklig triangel med sträckan som hypotenusa. Om vi utgår från att varje ruta har sidan 1 cm och kallar sträckans längd för *x* så ger Pythagoras sats att
$x^2 = 4^2 + 6^2$ vilket ger
$x = \sqrt{52}$ cm ≈ 7,2 cm.

7 Nej, inte om det är reella tal. Men imaginära tals kvadrater är negativa reella tal. Vi har t ex att $i^2 = -1$.

8 Nej

Problemlösning

1 Sidorna är 5 cm och 4 cm.

2 Fyra prickar

3 Talföljden innehåller växelvis talen i 4:ans respektive 5:ans multiplikations-tabell. De två följande talen blir därför 16 och 20.

4 En lösning är 183 + 549 + 267 = 999.

5 a) 14.00
b) 20 km från Arboga

6 $770 = 10 \cdot 77 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Syskonen är alltså 2 år, 5 år, 7 år och 11 år.

7 Om vi delar upp högerleden i faktorer så ser vi att
$A \cdot B = 2 \cdot 13$
$B \cdot C = 13 \cdot 5$
$C \cdot D = 5 \cdot 11$
Av det kan vi förstå att $A \cdot B \cdot C - B \cdot C \cdot D$ är lika med $2 \cdot 13 \cdot 5 - 13 \cdot 5 \cdot 11 = -585$.

8 $2 \bullet 3 = 2^3 + 3^2 = 17$
$17 \bullet 1 = 17^1 + 1^{17} = 18$

Kap 4: Samband och förändring

4009 Omkretsen av en cirkel är ungefär tre gånger så lång som diametern.

4018 Marcel h**4008** Theo tänker inte rätt. Priset har sammanlagt sänkts med 75 %.

4016 1 % = 10 ‰

4024 Antag att priset från början var 100 kr. Efter två fördubblingar är priset 400 kr. Ökningen är 300 kr vilket motsvarar 300 / 100 = 3 = 300 %. Bea har alltså rätt.

4026 Den svenske målvakten släppte in 6 % av skotten vilket motsvarade 3 skott. Det betyder att 1 % av skotten är 0,5 skott. Sammanlagt fick målvakten 100 · 0,5 skott = 50 skott mot sig. Av dessa räddades (50 – 3) st = = 47 st.

4027 Antag att baddräkten kostade *a* kr. Efter första sänkningen är priset 0,7*a* kr. Efter andra sänkningen är priset 0,35*a* kr. Priset har sänkts med 0,65*a* / *a* = 65 %.

4028 I första bägaren finns 0,052 · 250 g = 13 g salt och i den andra 0,027 · 450 g = 12,15 g salt. Av 700 g saltvatten är alltså 25,15 g salt. Det motsvarar salthalten 25,15 / 700 ≈ 0,036 = 3,6 %.

4029 Folkpartiet fick 1,23 · 6,2 % ≈ ≈ 7,6 % av rösterna. Ökningen var (7,6 – 6,2) procentenheter = = 1,4 procentenheter.

4030 a) Antag att det fanns *x* män. Då var antalet kvinnor 1,0062*x*. Skillnaden i antal, 0,0062*x*, motsvarade 29 200 personer. Ekvationen 0,0062*x* = 29 200 ger *x* = 4,7096… miljoner. Antalet kvinnor var 1,0062 · 4,7096… miljoner = = 4,7388… miljoner. Befolkningen uppgick till 4,7096… miljoner + + 4,7388… miljoner ≈ ≈ 9,4 miljoner.

4031 I kylaren finns från början 4,5 liter vatten och 0,5 liter glykol. När 10 % av kylarvätskan använts finns det kvar 4,05 liter vatten och 0,45 liter glykol. Efter påfyllning av ren glykol finns det 0,95 liter glykol i kylaren. Det motsvarar 0,95 / 5 = 0,19 = 19 %.

4032 Antag att rektangelns längd är *x* cm och bredd *y* cm. Arean är *xy* cm2. Efter ökning är längden 1,1*x* cm. Efter minskning är bredden 0,9*y* cm. Den nya rektangeln har arean 1,1*x* · 0,9*y* cm2 = 0,99*xy* cm2. Arean minskar med 1 %. Alternativ B är alltså rätt.

4038 T ex 5 · 8 = 40 och 8 / 0,2 = 40.

4044 A och C kan vara sanna.

4050 Så här bör Lucas räkna:
Avgift efter första höjningen:
1,1 · 350 kr = 385 kr
Avgift efter andra höjningen:
1,1 · 385 kr = 423,50 kr ≈ 425 kr

4053 Förändringsfaktorn är lika med 92,5/95 . När mätaren visar 85 km/h så är den verkliga hastigheten 92,5/95 · 85 km/h ≈ 82,8 km/h.

4054 Antag att invånarantalet från början var *a* personer. Efter de tre åren var antalet invånare 1,015 · 1,025 · 1,03 · *a* ≈ 1,072*a*. Antalet invånare har ökat med 7,2 %.

4055 Antag att Sveriges befolkning vid det första tillfället var *n* personer. Av dessa bodde 0,6*n* i tätorter och 0,4*n* på landsbygden. Vid nästa tillfälle var antalet i tätorter 0,6*n* + 0,2*n* = 0,8*n*. På landsbygden bodde då (0,4*n* – 0,05*n*) personer = = 0,35*n* personer. Hela befolkningen uppgick då till (0,8*n* + 0,35*n*) personer = = 1,15*n* personer. Andelen som bodde i tätorter var då 0,8*n* / 1,15*n* ≈ 70 %.

4056 Vi har att *b* = 1,5*c*. Talet *a* är 1,5*b* = 1,5 · 1,5*c* = 2,25*c*. Talet *a* är 125 % större än talet *c*. Alltså tänker Alexis fel.

4061 Alla punkter på *y*-axeln har *x*-koordinaten 0.

4066 Greta har rätt.

4071 A

4076 Spegelbilden har koordinaterna (2, –3).

4081 Linjerna A och C är parallella eftersom de har samma *k*-värde.

4086 a) Linje C lutar mest eftersom den har det högsta *k*-värdet.

b) Linje B och D lutar minst, men åt olika håll.

4091 Linjen skär *y*-axeln i punkten (0, –3) och har *k*-värdet 2,5 (”ett steg åt höger och två och ett halvt steg uppåt”).

4094 Vi sätter in punktens koordinater i ekvationen och får då 11 = (–4) · (–2) + *a* med lösningen *a* = 3.

4096 *k*-värdet är lika med 0. Två exempel på sådana linjer är y = 3 och y = –3.

4100 Sträckan kan förstås inte ha ett negativt värde.

4104 –

4108 a) Bilen drar 0,8 liter bensin per mil.

b) Johnnie kan räkna ut hur mycket bensin som finns kvar efter x mils körning.

c) Hur långt bilen kan köras på full tank.

4112 a) B

b) A: Ylva är 0,1 m (1 dm) längre än Xantippa. C: Ylvas längd är 90 % av Xantippas. D: Xantippas längd är 90 % av Ylvas.

4117 B och D eftersom dessa grafer utgår från origo.

4122 Endast C kan beskriva en cykeltur. I A sker en förflyttning på nolltid vilket förstås inte går. I B går tiden baklänges vilket är ännu mer osannolikt.

4127 a) Nr 1

b) Nr 4 och nr 5. Dessa punkter ligger på en rät linje genom origo. Priset är därför proportionellt mot vikten.

c) –

4132 –

4176 Av gurkans vikt på 200 g är 8 g gurkkött och 192 g vatten. När gurkan väger 100 g är det fortfarande 8 g gurkkött. Det är alltså 92 g vatten vilket motsvarar 92 %.

Läxa 13

8 Det stämmer.

11 Carros hastighet är 20 km/h och Linas 15 km/h. Antag att det dröjer x h innan de möts. Då har de sammanlagt cyklat 21 km vilket ger ekvationen
$20x + 15x = 21$ med lösningen
$x = 0,6$. De möts alltså efter
0,6 h = 0,6 · 60 min = 36 min.
Då är klockan 16.21.

12 Det enklaste sättet att lösa uppgiften är att anta att badkaret rymmer t ex 600 liter. En allmän lösning ser ut så här: Antag att badkaret rymmer a liter. Genom kallvattenkranen kommer $10a$ liter/min och genom varmvattenkranen $12a$ liter/min. Genom avloppet försvinner $6a$ liter/min. Mängden vatten som blir kvar i badkaret kan tecknas
$(10a + 12a - 6a)$ liter/min =
= $60a$ liter/min. Den tid det tar för karet att bli fullt får vi så här:
$a/60a$ min = 60 min = 1 h.

Veckans problem

Läxa 14

8 Antag att priset från början är 10 000 kr. Efter första sänkningen är priset 8 000 kr. Efter andra sänkningen är priset 6 400 kr. Den sammanlagda sänkningen är alltså 36 %.

11 Varje minut rinner det ut

$$22\frac{1}{2}/1\frac{2}{3}\text{ liter} = \frac{45}{2}/\frac{5}{3}\text{ liter} =$$

$$= \frac{135}{6}/\frac{10}{6}\text{ liter} = \frac{135}{10} =$$

= 13,5 liter. Den tid det tar att tömma karet är då
225 / 13,5 min = 16, 666... min =
= 16 min 40 s. En enklare lösning är att se att en tiondel av karet töms på $1\frac{2}{3}$ min. Hela karet töms då på $10 \cdot 1\frac{2}{3}$ min =
= 16 min 40 s.

12 På en sekund hinner elektronen $6 \cdot 10^{15} \cdot 3 \cdot 10^{-7}$ mm =
= $1,8 \cdot 10^9$ mm = 1,8 · 10 km =
= 1 800 km. Hastigheten är alltså 1 800 km/s.

Veckans problem

Talet 750 kan delas upp i faktorer så här:
750 = 10 · 75 = 2 · 5 · 3 · 25 =
= 2 · 5 · 3 · 5 · 5 vilket kan skrivas 5 · 10 · 15. Det betyder att $A = 5$, $B = 10$ och $C = 15$. Alternativt kan lösningen se ut så här: De tre talen kan tecknas x, $2x$ och $3x$. Vi får ekvationen $x \cdot 2x \cdot 3x$ = 750 vilket i sin tur ger att $6x^3$ = 750. Division med 6 i båda leden ger att $x^3 = 125$ med lösningen $x = 5$. De tre talen är alltså $A = 5$, $B = 10$ och $C = 15$.

Läxa 15

8 Linjen lutar åt vänster med riktningskoefficienten –2. Skärningspunkten med x-axeln är (0, 5).

11 Antalet liter som ska falla på trädgårdslandet är
300 000 · 0,1 dm^3 =
= 30 000 dm^3 = 30 000 liter.
Eftersom 10 % läcker bort så ger

vattenspridaren
(8 500– 850) liter = 7 650 liter per timme. Tiden blir 30 000 / 7 650 h ≈ 4 h.

12 Ekvationen $x + 5 = x + x - 1$ ger att $x = 6$. Figurens area är $(10 \cdot 11 - 6 \cdot 6)$ cm^2 = = $(110 - 36)$ cm^2 = 74 cm^2 .

Veckans problem

Antag att Nina väger x kg och Lina $(x + 1)$ kg. Det leder till ekvationen $1{,}025x = x + 1$ med lösningen $x = 40$. Nina väger alltså 40 kg och Lina 41 kg.

Läxa 16

8 Priset per liter är lika stort oavsett hur många liter man köper.

10 Det gröna områdets area är differensen av areorna hos två halvcirklar, den ena med radien 3 dm och den andra med radien 1 dm. Arean är lika med

$$\frac{\pi \cdot 3^2}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2}\ \text{dm}^2 \approx 12{,}6\ \text{dm}^2.$$

12 Vi kallar längden av den blåa triangelns korta katet för x cm. Likformighet ger ekvationen $\frac{x}{8} = \frac{5}{13}$ med lösningen $x \approx$ 3,08. Arean är 5 3,08 2 · cm^2 = 7,7 cm^2 .

Veckans problem

a) 22 st b) 24 st
c) 8 st d) 6 st

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 1,95
b) 0,35
c) 6

2 Störst: 1,98
Minst: 1,899

3 43 miljoner

4 a) 30 elever
b) 30 %
c) 3,5 böcker

5 a) 135 min
b) 20 min
c) 54 min

6 a) $x = 100$
b) $x = 0{,}5$
c) $x = 7$

7 a) 48
b) 0,38
c) 6,2

8 a) T ex 0,25
b) T ex 0,9

9 a) 11
b) 1
c) 3

10 a) 16
b) $3 \cdot 109$
c) 39

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 81 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

B a) $1{,}01 \cdot 0{,}01$ kr
b) $1{,}012 \cdot 0{,}01$ kr
c) $1{,}015 \cdot 0{,}01$ kr

C Efter år n har beloppet stigit till $1{,}01^n \cdot 0{,}01$ kr. Om vi som exempel räknar ut vilket beloppet skulle ha varit efter år 2015 får vi $1{,}01^{2\,015} \cdot 0{,}01$ kr ≈ 5,1 miljoner kr.

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 78 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 A: Det kostar 1 600 kr oavsett antalet gånger.
B: Det kostar 40 kr per gång.
C: En fast kostnad på 400 kr och därefter 20 kr per gång.
D: De första 20 gångerna kostar det 50 kr per gång. Därefter kostar det 10 kr/g.

2 10 ggr – B bäst (400 kr)
20 ggr – B & C bäst (800 kr)
30 ggr – C bäst (1 000 kr)
40 ggr – C & D bäst (1 200kr)

50 ggr – D bäst (1 300 kr)
60 ggr – D bäst (1 400 kr)

3 A: 1 600 kr
B: 4 000 kr

C: 2 400 kr
D: 1 800 kr

4 B: $y = 40x$
C: $y = 400 + 20x$
D: $y = 50x$ för 0-20 besök

$y = 1\,000 + 10(x - 20)$ för fler än 20 besök

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör till kapitlet är ”Blandad form”. Det begrepp som inte hör hit är ”Enklaste form”.

1 –

2 Enklast är att ge ett exempel: Ett parti får 5 % av rösterna ett val och 6 % av rösterna nästa val. Ökningen är då 1 procentenhet (6 % – 5 %). Men ökningen är också 1% 5% = 0,2 = 20 %.

3 a) Man kan se det så här:

Ökning	*Förändringsfaktor*
50 %	1,5
70 %	1,7
90 %	1,9
100 %	2

b) Ingen förändring alls.
c) Minskning med 100 %.

4 Den fasta kostnaden kan vara framkörningsavgift för en taxibil. Den rörliga kostnaden beror av hur lång sträcka man åker och hur lång tid det tar.

5 *k* anger linjens lutning och *m* är *y*-koordinaten i linjens skärningspunkt med *y*-axeln.

6 T ex med stegmetoden.

7 *k*-värdet är $\dfrac{\text{förändringen i } y\text{-led}}{\text{förändringen i } x\text{-led}}$.
För en linje som är parallell med *y*-axeln är förändringen i *x*-led lika med 0. Division med 0 är inte tillåten. Alltså saknar en sådan linje ett *k*-värde.

8 Varje kilogram kostar lika mycket.

Problemlösning

1 Summan av de fem talen är 300. De fyra tal som återstår efter strykningen har summan 280. Det är alltså talet 20 som stryks.

2 a) Differenserna bildar serien 4, 6, 8, 10 etc. Nästa tal är därför 30 + 12 = 42.
b) Serien är uppbyggd så här:
3
$2 \cdot 3 + 1 = 7$
$2 \cdot 7 + 2 = 16$
$2 \cdot 16 + 3 = 35$
$2 \cdot 35 + 4 = 74$
Nästa tal är därför $2 \cdot 74 + 5 = 153$.

3 En kanin äter 3/4 morot per dag.
På fyra dagar äter tre kaniner
$4 \cdot 3 \cdot 3/4$ morötter = 9 morötter.

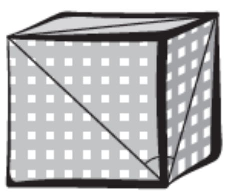
4 Efter bilköpet hade Diana $6 \cdot 2500$ kr = 15000 kr
Det var 1/3 av de pengar hon sparat ihop.
Hennes sparkapital var alltså 45 000 kr.
Bilen kostade därför 30 000 kr.

5 Serien är uppbyggd som en summa
1 + 2 + 3 + ... Vi prövar oss fram. Summan av alla tal från 1 till 20 är $\dfrac{20 \cdot 21}{2} = 210$. Om vi sedan adderar först med 21 får vi 231 och efter det med 22 får vi 253. Den 250:e bokstaven är alltså bokstav nr 22 i alfabetet vilket är V.

6 Andelen elever som får skjuts är
$1 - 1/2 - 1/4 - 1/7 = 3/28$.
Eftersom det var tre elever som fick skjuts så var antalet elever i klassen 28.

7 Bilens värde är
£ $0{,}9^8 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}8 \cdot 12\,000 \approx$ £ 3 500.

8 Om vi drar ytterligare en diagonal, på kubens ovansida, så uppkommer en liksidig triangel. Den sökta vinkeln är därför 60°.



Kap 5: Sannolikhet och statistik

5005 Eftersom det finns sex möjliga utfall är sannolikheten 1/6 att han slår en sexa.

5010 Tärningen har inget minne. Sannolikheten är förstås lika stor att det blir en sexa den fjärde gången också.

5015 När man kastar två tärningar finns det 36 möjliga utfall. Av dessa är 6 sådana att de båda tärningarna visar samma antal prickar. Återstår gör då 30 utfall. Av dessa är hälften sådana att den röda tärningen visar fler prickar än den gröna. Sannolikheten är alltså 15/36 = 5/12 .

5017 a) Sannolikheten är

$$\frac{4\ 621\ 670}{20\ 000\ 000\ 000} = 0{,}231\ldots \approx 23\%$$

b) Sannolikheten för icke-vinst är för varje lott 76,9 % = = 0,769. Sannolikheten att det inte blir någon vinst alls är 0,7694 ≈ 0,35 = 35 %.

5018 a) Antal vinstlotter som ger 1 000 kr eller mer: 3 970

$$P(\text{vinst} > 1\ 000\text{ kr}): \frac{3\ 970}{20\ 000\ 000} \approx$$

= 0,000 198… ≈ 0,2 ‰

b) Vinstsumma ≤ 120 kr: 223 575 000 kr Andel som inte behöver betalas ut:

$$\frac{223\ 575\ 000}{302\ 925\ 000} \approx 74\ \%$$

5019 Sannolikheten att den yngste är född en lördag är 1/7 . Sannolikheten att var och en av de övriga är födda en annan veckodag är 6/7. Den sökta sannolikheten är

$1/7 \cdot (6/7)^4 \approx 0{,}08 = 8\ \%$.

5020 Sannolikheten att det första gror men inte det andra är 0,7 · 0,4 = 0,28. Sannolikheten att det andra gror men inte det första är 0,3 · 0,6 = 0,18. Den sökta sannolikheten är 0,28 + 0,18 = 0,46 = 46 %.

5024 Alexander har rätt.

5028 Sannolikheten är ett positivt tal mellan 0 och 1. De tal som kan vara sannolikheter är därför 0,3, 7/12 och 1,5 %.

5032 Ett exempel: ”I en låda finns 5 gröna och 3 bruna kulor. Jag tar upp två kulor utan återläggning. Hur stor är sannolikheten att det blir en kula av varje färg?”

5036 Eftersom Nicole har ett ess så kan inte Sandra få fyrtal i ess. Men sannolikheten att Marie och Nicole lyckas med sina ”köp” är ju inte så stor. Sannolikheten är därför stor att Sandra vinner på sin triss i ess.

5040 T ex att man får en 5:a eller en 6:a när man kastar tärning.

5044 Sannolikheten är 100 %.

5048 Ett exempel: I en ask ligger 1 röd och 4 gröna tärningar. Sannolikheten att man tar upp den röda tärningen är 20 % om man tar upp en tärning utan att titta. Sannolikheten för komplementhändelsen, röd tärning, är 80 %.

5052 Det stämmer. Skala skriver man ju på det sättet men eftersom 1 : 100 = 1/100 så är det också en sannolikhet, t ex att man ur en skål med 100 kulor, varav en är svart, tar upp den svarta kulan om man tar upp en utan att titta.

5056 Det påverkar inte alls.

5060 Hon kan kasta tärningen några hundra gånger och se hur utfallen fördelar sig.

5064 a) Hur stor andelen röda kulor är.

b) Hur stor andel av kulorna som har annan färg än röd och grön.

5065 För vardera A och B finns 104 kombinationer vilket ger 20 000 kombinationer sammanlagt. Den tid det ta att testa alla är 20 000 · 10 s = 200 000 s ≈ 56 h.

5067 A och B, i den ordningen, kan sitta på platserna 1–2, 2–3, 3–4 och 4–5. För var och en av dessa 4 placeringar kan de tre övriga placera sig på 3 · 2 · 1 sätt = 6 sätt, alltså sammanlagt 4 · 6 sätt = = 24 sätt. Men A och B sitter bredvid varandra också om de sitter i ordningen BA, vilket ger 24 sätt till. Det finns alltså 48 sätt som innebär att A och B sitter bredvid varandra. Sammanlagt kan fem personer placera sig på 5 · 4 · 3 · 2 · 1 sätt = 120 sätt. Sannolikheten för att A och B hamnar bredvid varandra är 48 / 120 = 40 %.

5068 Det är det sammanlagda antalet handskakningar.

5072 T ex 1, 7 och 10.

5076 Ökningen från 2010 till 2012 är 5–6 %. Men bilden ger intryck av att upplagan fördubblats.

5080 Medianen förändras inte alls.

5082 Summan av de tre talen är 3 · 6 = = 18. Medianen är 8 vilket betyder att summan av de andra två talen är 10. Dessa tal är då 1 och 9, Variationsbredden är 8.

5083 De båda snurrorna kan ge nio olika utfall:

		Beda		
		2	4	9
Adam	5	A	A	B
	3	A	B	B
	7	A	B	B

Av de nio utfallen så vinner Adam i fem och Beda i fyra. Adam har alltså störst chans att vinna.

5084 Det kan finnas hur många observationer som helst. Till exempel kan alla observationer vara lika och då är förstås medelvärde och median lika med observationernas värden.

5098 Vi har att

$$\frac{x + y + 6{,}4}{3} = 5{,}2.$$

Det ger att

$x + y = 3 \cdot 5{,}2 - 6{,}4 = 9{,}2.$

Medelvärdet är 9,2 / 2 = 4,6.

5114 $V = \pi \cdot 0{,}152 \cdot 10$ m3 ≈ 0,7 m3

5115 9,6 · 109 · 0,7 m3 ≈ 6,7 · 109 m3

5116 6,7 · 109 / 70 m3 ≈ 100 miljoner m3

5117 85 / 100 = 85 %

Läxa 17

8 Låt oss t ex anta att en miljon kronor i tusenlappar motsvarar en bunt med tjockleken 1 dm. För en miljard kronor är tjockleken 1 000 ggr så stor, alltså 100 m.

11 Den del av stolpen som står under vattenytan motsvarar 2/3 + 1/4 = 11/12 . Ovanför vattnet finns alltså 1/12 av stolpen vilket motsvarar 0,75 m. Stolpens hela längd är 12 · 0,75 m = 9 m.

12 Kvadratens area är $2r \cdot 2r = 4r^2$. Cirkelns area är πr^2 vilket motsvarar $\frac{\pi r^2}{4r^2}$ ≈ 79 % av kvadratens area.

Veckans problem

Antag att Johan har x st av varje sort. Enkronorna är värda x kr och femkronorna $5x$ kr. Det ger ekvationen $5x - x = 148$ med lösningen $x = 37$. Mynten är sammanlagt värda (37 + 37 · 5) kr = 222 kr.

Läxa 18

8 –

11 Trådens genomskärningsyta har arean $\pi \cdot 2{,}5^2$ mm² = $= 6{,}25\pi$ mm². Längden är 5 km = $5 \cdot 10^6$ mm. Trådens volym är $6{,}25\pi \cdot 5 \cdot 10^6$ mm³ = $= 6{,}25\pi \cdot 5 \cdot 103$ cm³. Tråden väger $6{,}25\pi \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 9$ g = $= 6{,}25\pi \cdot 5 \cdot 9$ kg ≈ 880 kg.

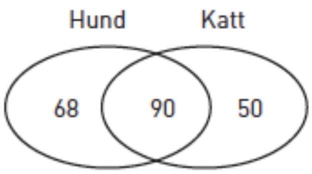
Veckans problem

Antalet medlemmar som har både hund och katt är (158 + 140 – 208) = 90.

a) 158 – 90 = 68

b) 140 – 90 = 50

Med ett så kallat Venndiagram kan det visas så här:



Läxa 19

8 Den sökta sannolikheten är 1 – sannolikheten för komplementhändelsen, dvs att ingen kula är röd.

10 Formeln $V = B \cdot h$ ger att $3 \cdot 10^6 = B \cdot 0{,}1$ med lösningen $B = 3 \cdot 10^7$ m². Det motsvarar $3 \cdot 10^7 / 10^4$ ha = 3 000 ha.

11 Kulans radie är 0,9 mm vilket betyder att volymen är

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot 0{,}9^3}{3}\ \text{mm}^3 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0{,}9^3}{3} \cdot 10^{-3}\ \text{cm}^3.$$

En kula väger

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot 0{,}9^3}{3} \cdot 10^{-3} \cdot 11{,}3\ \text{g} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 0{,}9^3}{3} \cdot 10^{-6} \cdot 11{,}3\ \text{kg}.$$

Av 1 kg kan man tillverka

$$1 / \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot 0{,}9^3}{3} \cdot 10^{-6} \cdot 11{,}3\right)\ \text{st} \approx$$

≈ 29 000 st.

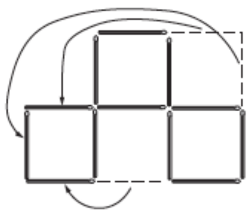
12 Halva vita området är lika med kvartscirkeln – triangeln: $\frac{\pi s^2}{4} - \frac{s^2}{2}$.

Hela vita området är alltså $\frac{\pi s^2}{2} - s^2$.

Det gula områdets area är då $s^2 - \left(\frac{\pi s^2}{2} - s^2\right) = 2s^2 - \frac{\pi s^2}{2}$.

Veckans problem

En lösning ser ut så här:



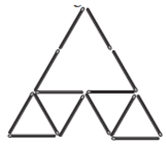
Läxa 20

8 Volymen är 2 dl = 200 ml = = 200 cm³. Sidornas längder kan t ex vara 4 cm, 5 cm och 10 cm.

12 Korkens densitet kan skrivas 0,18 kg/dm³. Konens volym är 1,7 / 0,18 dm³ ≈ 9,44 dm³. Vi antar att basytans radie är x dm. Vi får ekvationen $\frac{\pi x^2 \cdot 4}{3} = 9{,}44$ med lösningen $x \approx 1{,}5$. Radien är alltså 1,5 dm eller 15 cm.

Veckans problem

En lösning ser ut så här:



Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 81 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

B a) 6/7
b) 5/7
c) 4/7

C a) 6/7 · 5/7 · 4/7 · 3/7 ≈ 0,15
b) 1 – 0,15 = 0,85 = 85 %

D Sannolikheten att A och B inte fyller år på samma dag är 364/365. Sannolikheten att C inte fyller år på samma dag som A eller B är 363/365. Sannolikheten att D inte fyller år på samma dag som A, B eller C är 362/365 och så vidare... Sannolikheten att ingen av de 25 personerna fyller år på samma dag är 364/365 · 363/365 · … · 341/365 ≈ 0,43
Sannolikheten att minst två fyller år på samma dag är 1 – 0,43 = 0,57 = 57 %.

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 7
b) 5
c) $1\frac{1}{3}$

2 0,1 = 1/10
0,25 = 1/4
0,4 = 2/5
0,75 = 3/4

3 a) Det är deras sammanlagda ålder.
b) Adam är lika gammal som Benny och Cecilia tillsammans.
c) Det är medelåldern av alla tre.

4 100 st

5 a) 0,008
b) 20
c) 50

6 a) 24 %
b) 68 %
c) 61 %

7 a) $x = 2$
b) $x = 10$
c) $x = 3$

8 a) D
b) A

9 a) 4
b) –6
c) –4

10 a) 30 %
b) $0{,}65a^2$

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 79 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 5 · 4 · 3 · 2 · 1 sätt = 120 sätt

2 3 · 2 · 1 sätt = 6 sätt

3 Antalet gynnsamma utfall är 2 · 6 = 12.

4 12/120 = 10 %

5 Säg att kula C ligger först och kula D ligger sist. De tre övriga kan då ligga på sex olika sätt. Samma antal sätt blir det med D först och C sist. Alltså finns det 12 sätt där det är kulorna C och D som intar ytterplatserna.
Lika många sätt är det med kulorna C och E på ytterplatserna och kulorna D och E. Det finns

alltså $3 \cdot 12 = 36$ gynnsamma utfall.
Sannolikheten är 36/120 = 0,3 = 30 %.

6 Det är nu fyra kulor som ligger mellan de två blåa kulorna, C och D, som ligger ytterst. Dessa fyra kulor kan placeras på $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ olika sätt. D och C kan byta plats vilket ger 24 sätt till.

Med C och E på ytterplatserna blir det ytterligare 48 sätt och lika många med D och E på ytterplatserna.
Det finns alltså $3 \cdot 48 = 144$ gynnsamma utfall.
Antalet möjliga utfall är $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$.
Den sökta sannolikheten är 144/ 720 = 20 %.

Kan du begreppen/förklara?

Det begrepp som inte hör hit är ”Proportionalitet”.

1 –

2 Möjliga utfall är alla utfall som är möjliga när man t ex kastar två tärningar och ska beräkna summan av prickarna – 36 möjliga utfall. Om man vill beräkna sannolikheten för att summan ska vara 3 så finns det 2 gynnsamma utfall, 1+2 eller 2+1.

3 Om man studerar två händelser och resultatet av den andra händelsen är beroende av resultatet av den första, så är det beroende händelser. I annat fall är händelserna oberoende av varandra.

4 När en eller några värden avviker kraftigt från de övriga, är medianen ett bättre mått.

5 Man multiplicerar sannolikheten för de olika händelserna med varandra.

6 Om man tar upp två kulor ur en ask utan att lägga tillbaka den första innan man tar den andra, så är det dragning utan återläggning. I annat fall är det dragning med återläggning.

7 Den kan anges i procentform, bråkform och decimalform.

8 Det blir en enklare uträkning.

Problemlösning

1 10 km

2 Pernilla ska ha hälften dvs 50 % och Hannes en femtedel dvs 20 %. Det innebär att John ska ha 30 % vilket motsvarar 60 kr. Varje procent är alltså 2 kr. Det betyder att Pernilla får 100 kr och Hannes 40 kr.

3 Exempel på lösningar är:

$$3 = \frac{4+4+4}{4}$$

$$5 = \frac{4 \cdot 4 + 4}{4}$$

$$7 = 4 + 4 - \frac{4}{4}$$

4 a) 15 matcher (8 + 4 + 2 + 1)
b) 31 matcher, 63 matcher respektive 127 matcher. Enklast är att tänka att alla spelare, utom en, förlorar en match var. Om det då är 128 deltagare så krävs det (128 – 1) matcher = = 127 matcher för att få fram en segrare.

5 175, 350 och 525

6 Bygg en tetraeder.

7 Vi får ekvationen $2x \cdot x = \frac{x \cdot x}{2} + 3$ med lösningen $x = 2$. Sträckan är alltså $\sqrt{2}$ cm lång.

8 Vi beräknar först $2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

Därefter får vi $1 / \frac{7}{3} = \frac{3}{3} / \frac{7}{3} = \frac{3}{7}$.

Nämnaren är alltså lika med $1 + \frac{3}{7} = \frac{10}{7}$.

Vi får slutligen att $1 / \frac{10}{7} = \frac{7}{7} / \frac{10}{7} = \frac{7}{10} = 0{,}7$.

Kap 6: XYZ – med sikte på framtiden

6011 Vi har att $3 = \frac{15}{5}$. Om vi adderar med $\frac{1}{5}$ så får vi $\frac{16}{5}$

6022 Alla potenser kan skrivas som prefix, t ex kilo som betyder tusen, 1 000 = 103 och milli som betyder tusendel, 0,001 = 10–3.

6033 $\frac{2^3}{2^5} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

6041 Om man springer med hastigheten 10 km/h så hinner man 1 km på 1/10 h = 6 min. För att komma ned till 5,4 min per km måste hastigheten höjas med 0,6 / 6 = 0,1 = 10 %.

6042 Antag att det lilla glaset rymmer n liter och det stora $2n$ liter. Mängden saft i det lilla glaset är $\frac{n}{3}$ liter och i det stora $\frac{2n}{4}$ liter $= \frac{n}{2}$ liter. Mängden saft i tillbringaren är då $(\frac{n}{3} + \frac{n}{2})$ liter $= \frac{5n}{6}$ liter. Sammanlagt är det $3n$ liter i tillbringaren. Andelen saft är $\frac{5n}{6} / 3n = \frac{5n}{6} / \frac{18n}{6} = \frac{5}{18}$
Samma svar får man förstås om man t ex antar att det lilla glaset rymmer 2 dl och det stora glaset 4 dl.

6043 6 bruna och 8 vita kor ger på fem dagar lika mycket mjölk som 30 bruna och 40 vita ger på en dag. 12 bruna och 10 vita kor ger på tre dagar lika mycket mjölk som 36 bruna och 30 vita kor ger på en dag. Det innebär att 6 bruna kor ger lika mycket mjölk som 10 vita kor. En brun ko ger alltså mer mjölk än en vit ko.

6044 Det spelar ingen roll hur länge Hugo håller på. Han får aldrig ett tal som är mindre än 1.

6052 a) Bodil är lika gammal som Cilla och David tillsammans.

b) Cilla är dubbelt så gammal som David.

c) David är hälften så gammal som Cilla.

6060 Om vi multiplicerar $2x + 5y$ med 3 får vi $6x + 15y$. Alltså är värdet $3 \cdot 17 = 51$.

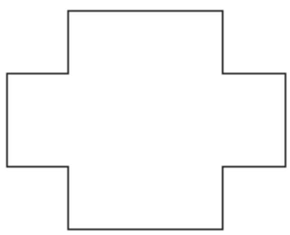
6068 På tredje raden ska det vara $–4x^2$. Korrekta svaret är $2x^2 – 2x – 3$.

6073 Genom prövning kommer vi fram till att $x = 2$, $y = 5$ och $z = 3$. Alltså är $x \cdot y \cdot z = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$.

6074 Enklast är att addera de båda ekvationerna. Då får vi direkt att $3x + 4y = 9$.

6076 För att produkten ska vara 0 måste någon av parenteserna vara lika med 0. Det betyder att det finns två lösningar, $x = 1{,}5$ och $x = –3{,}2$.

6084 Ungefär så här ser den ut:



6092 a) π är kvoten mellan en cirkels omkrets och diameter.

b) T ex när man ska beräkna omkrets och area av en cirkel och volym av cylinder, kon och klot.

6095 Den röda figurens längsta sida är lika lång som cirkelns radie, 6 cm. Omkretsen är $4 \cdot 6$ cm = 24 cm. Vi kallar den stora kvadratens sida för $2x$ cm. Pythagoras sats ger då $x^2 + x^2 = 6^2$ vilket ger att $x^2 = 18$. Varje röd ruta har alltså sidan $\frac{\sqrt{18}}{3}$ cm och arean $(\frac{\sqrt{18}}{3})^2$ cm² = 2 cm².
Vi lägger samman halva rutor och får då att antalet röda rutor sammanlagt är 16. Den röda figurens area är alltså $16 \cdot 2$ cm² = 32 cm².

6100 Mimmi har gjort rätt.

6101 Mellan två hela timmar är ”vinkeln” 30°. Timvisaren står inte riktigt på 6. Det fattas 30° / 6 = 5°. Vinkeln mellan visarna är $4 \cdot 30° + 5° = 125°$.

6102 Trädgårdslandets area är $\pi \cdot 2^2 / 4$ m² = π m² ≈ 3,14 m² = = 314 dm².
På landet läggs 250 liter jord vilket motsvarar 250 dm³.
Tjockleken på jordlagret blir 250 / 314 dm ≈ 0,8 dm = 8 cm.

6103 a) 2 000 liter = 2 000 dm³.
Vi kallar basytans sida för x dm och får då ekvationen $x \cdot x \cdot 11 = 2\,000$ med lösningen $x \approx 13{,}5$.
Basytans sida är alltså 13,5 dm = 135 cm.

b) Vi kallar basytans radie för y dm och får då ekvationen $\pi \cdot y^2 \cdot 11 = 2\,000$ med lösningen $y \approx 7{,}6$. Basytans radie är alltså 7,6 dm = 76 cm.

6104 a) Kvadratens sida är 2 cm vilket innebär att arean är 4 cm². Cirkelns diameter är 8 / π cm. Radien är då 4 / π och arean

$\pi \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = \frac{16}{\pi} \approx 5{,}1$ cm².

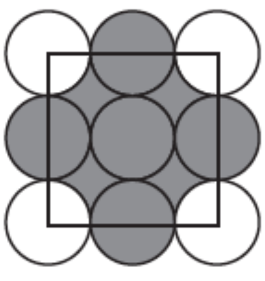
b) Kvadratens sida är *a* och arean är a^2. Cirkelns diameter är $4a$ / π. Radien är då $2a$ / π och arean är

$\pi \cdot \left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 = \frac{4a^2}{\pi} = \frac{4}{\pi} \cdot a^2$.

Oavsett omkretsens storlek är arean av cirkeln alltid 4/π ggr så stor som kvadratens area.

6105 Basytans area = $\pi \cdot 4{,}35^2$ cm². Vi antar att markeringen är *x* cm upp. Volymen nedanför markeringen är då $\pi \cdot 4{,}35^2 \cdot x$ cm³ vilket är lika med 1 000 cm³. Ekvationen $\pi \cdot 4{,}35^2 \cdot x = 1\,000$ ger lösningen $x = 16{,}8$. Markeringen är alltså 168 mm upp.

6106 Den inritade kvadraten har sidan 4 cm. Dess area är alltså 16 cm². Inne i kvadraten finns fyra vita kvartscirklar, alltså en hel cirkel. Utanför kvadraten finns fyra färgade halvcirklar, dvs två hela cirklar. Den sökta arean är alltså 16 cm² plus arean av en cirkel. Eftersom arean av en cirkel är $\pi \cdot 1$ cm² = π cm² så är arean (π + 16) cm².



6107 Cirkelsektorns båge är $\frac{\pi \cdot 36}{3}$ cm = 12π cm. Detta är lika med basytans omkrets. Basytans diameter är då $\frac{12\pi}{\pi}$ cm = 12 cm och radien är 6 cm. Vi kallar höjden i konen för *x* cm och får med Pythagoras sats ekvationen $x^2 + 6^2 = 18^2$ med lösningen $x = \sqrt{288}$ cm. Volymen är

$\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot \sqrt{288}}{3}$ cm³ ≈ 640 cm³.

6108 En *n*-hörning kan delas in i (*n* – 2) trianglar genom att diagonaler dras. Varje triangel har vinkelsumman 180°. Vinkelsumman i *n*-hörningen är då (*n* – 2) · 180°.

6117 Det är förstås 20 % av eleverna som har bruna ögon.

6126 Antag att tröjan från början kostar 1 000 kr. Efter första sänkningen är priset 900 kr. Den andra sänkningen är 90 kr och priset blir då 810 kr. Det innebär att priset sammanlagt sänkts med 19 %.

6135 Båda lösningarna är helt OK.

6141 Enklast är att tänka så här: ”Vilket tal *x* som minskas med 75 % blir 20?” Det ger ekvationen $x - 0{,}75x = 20$ med lösningen $x = 80$. Det var alltså 80 % av Nya Zeeland som var täckt av urskog för 100 år sedan.

6143 Från början är det 0,15 · 5 liter = 0,75 liter glykol. Vi antar att *x* liter ska tappas ur. Av det är 0,15*x* liter glykol. I kylaren finns det då kvar (0,75 – 0,15*x*) liter glykol. Vi tillsätter *x* liter glykol. Då finns det (0,75 – 0,15*x* + *x*) liter glykol vilket kan förenklas till (0,75 + 0,85*x*) liter. Av den totala volymen på 5 liter ska nu 50 % vara glykol. Det ger ekvationen $0{,}5 \cdot 5 = 0{,}75 + 0{,}85x$ med lösningen $x \approx 2{,}1$. Det är alltså 2,1 liter som ska tappas ur och ersättas med ren glykol.

6144 80 är temperaturen från början dvs när motorn stängs av. 0,9 är förändringsfaktorn vilket innebär att temperaturen sjunker med 10 % per minut.

6150 Andelar har inget med antal att göra.

6156 Antalet bränder har ökat med 9 vilket motsvarar en ökning på 9 / 30 = 30 %. Diagrammet ger intryck av att antalet bränder blivit tre gånger så stort. Det stämmer alltså inte så bra.

6162 Amandas resonemang skulle vara relevant om hälften av de som badar eller befinner sig på sjön vore berusade. Så är det inte som väl är.

6167 Med vilken siffra som helst först kan övriga siffror placeras på 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 sätt = 720 sätt. Med siffran 1 först kan det bildas 720 tal och med siffrorna 2 och 3 först lika många. Eftersom 3 · 720 = 2 160 så är talet på plats 2 161 det första med en 4 först. Det minsta av dessa tal är 4 123 567.

6168 Det är bara 5 observationer som är större än 4 men 23 observationer som är mindre.

6173 –

6178 Lisa ska välja att spela mot mamma två gånger eftersom chansen att vinna mot henne är minst. Då får hon två chanser att vinna över sin mamma. Ordningsföljden ska alltså vara mamma-pappa-mamma.

6182 De tio första primtalen är 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 och 29. Första talet kan väljas på 10 sätt och det andra på 9 sätt. Talen kan alltså väljas på 90 olika sätt. Men det spelar ju ingen roll om t ex talet 5 väljs först och talet 17 sen eller tvärtom. Summan är ju densamma. Det begränsar antalet gynnsamma utfall till 90 / 2 = 45. Av dessa är det 3 kombinationer som ger summan 24 nämligen 5 + 19, 7 + 17 och 11 + 13. Sannolikheten för att summan är 24 är alltså 3/45 = 1/15 .

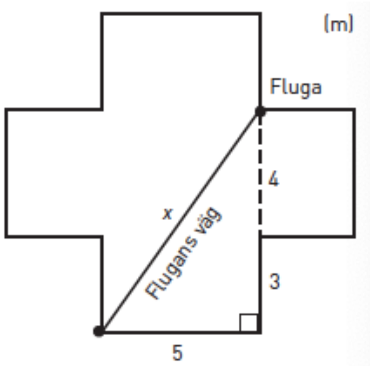
6183 –

6184 Vi sätter $x = a/b$. Det betyder att $x = 0{,}271717171….$ Då är $10x = 2{,}717171…$ och $1\,000x = 271{,}717171...$
Vi kan få bort decimalutvecklingen genom att beräkna $1\,000x – 10x = 990x$.
Vi får då att $990x = 269$ och $x =$
$= 269/990$. Eftersom $x = a/b$ är alltså $a + b = 269 + 990 = 1\,259$.

6185 Talet A kan skrivas $m \cdot 5 + 2$ och talet B kan skrivas $n \cdot 5 + 4$. Summan $A + B$ är då lika med $5m + 2 + 5n + 4 =$
$= 5m + 5n + 5 + 1 =$
$= 5(m + n + 1) + 1$. En division med 5 ger alltså resten 1.

6186 För att ett tal ska vara delbart med 6 krävs att talet är delbart med 2 och 3. Om talet *aa7aa* ska vara jämnt delbart med 2 måste det vara ett jämnt tal. Alltså är a ett jämnt tal. För att talet ska vara jämnt delbart med 3 måste siffersumman vara delbar med 3. Det betyder att talet $4a + 7$ ska vara delbart med 3. Vi prövar med att sätta in talen 0, 2, 4, 6, 8 i stället för a. Det är två värden på a som gör att $4a + 7$ är jämnt delbart med 3, $a = 2$ och $a = 8$.

6187 Vi tänker oss att vi vecklar ut rummet genom att fälla ner väggarna. Vi får då den här figuren:



Pythagoras sats ger ekvationen $x^2 = 5^2 + 7^2$ med lösningen $x = \sqrt{74} \approx 8{,}6$. Sträckan är alltså 8,6 m. Den något längre vägen som innebär att spindeln går ner för kortväggen ger sträckan 8,9 m.

6188 –

6195
5,5 miljoner $m^3 = 5{,}5 \cdot 10^6\ m^3 =$
$= 5{,}5 \cdot 10^9$ liter. Per år släpper våra personbilar ut
$5{,}5 \cdot 10^9 \cdot 2{,}6$ kg $= 1{,}43 \cdot 10^{10}$ kg koldioxid. Per dygn blir det
$1{,}43 \cdot 10^{10} / 365$ kg =
$= 1{,}43 \cdot 10^7 / 365$ ton ≈
≈ 40 000 ton.

6197 Eftersom en kvadrat alltid är positiv så är uttrycket minst när parentesen är lika med 0. Bensinförbrukningen är alltså minst vid hastigheten 80 km/h. Vi kan också i diagrammet se att utsläppet av koldioxid då är lägst.

Läxa 21

8 a) Det är priset på två korvar med bröd.

b) Det är hur mycket bara brödet kostar.

c) –

11 Antag att det måste tillverkas fler än x st. Med ekvationen $x \cdot 20 = 25\,200 + x \cdot 12$ kan vi räkna ut för vilket antal som kostnaden per styck blir 20 kr. Ekvationen har lösningen $x = 3\,150$.

12 Cirkelns area är πr^2.
Kvadratens area är $4 \cdot \frac{r^2}{2} = 2r^2$ vilket motsvarar $\frac{2r^2}{\pi r^2} \approx 64$ % av cirkelns area.

Veckans problem

Uttrycket består av 100 differenser vilka alla är lika med 10. Svaret blir därför $100 \cdot 10 = 1\,000$.

Läxa 22

8 Vilket som är störst beror förstås på vilket värde n har. Vi sätter $2n = n^2$ och får då att $n_1 = 0$ och $n_2 = 2$. Det betyder att $2n$ är större för värden på n mellan 0 och 2. Om $n > 2$ så är n^2 ett större tal. Hur är det då om n är ett negativt tal? Eftersom $2n$ då alltid är ett negativt tal och n^2 ett positivt tal, så är då n^2 alltid större än $2n$.

12 Enligt Pythagoras sats är $a^2 + b^2 = c^2$. Vi sätter in det i den givna ekvationen och får då $c^2 + c^2 = 1\,352$ med lösningen $c = 26$. Hypotenusan är alltså 26 cm.

Veckans problem

Från början finns det i dammen 198 abborrar och 2 gäddor. För att 2 gäddor ska motsvara 2 % så måste varje gädda motsvara 1 % av antalet fiskar. Antalet fiskar ska alltså vara 100 st om de två gäddorna ska motsvara 2 %. Antalet abborrar är då 98. Det betyder att 100 abborrar måste fiskas upp.

Läxa 23

8 Vi kan dividera båda leden med 4 och får då att $x - 8 = 3$ vilket ger att $x = 11$.

11 Vi antar att höjden är x cm och basen $2x$ cm. Pythagoras sats ger ekvationen
$x^2 + (2x)^2 = 10^2$.
Vi förenklar ekvationen och får att $5x^2 = 100$ och $x^2 = 20$.
Rektangelns area är $2x \cdot x = 2x^2$.
Arean är alltså
$2 \cdot 20$ cm^2 = 40 cm^2.

12 Antag att cyklistens hastighet är x km/h och motorcyklistens $5x$ km/h. Cyklisten cyklar i 45 min = 3/4 h innan de möts. Han hinner cykla $\frac{x \cdot 3}{4}$ km.
Motorcyklisten åker i 25/60 h = 5/12 h. Han hinner $\frac{5x \cdot 5}{12}$ km.
Den sammanlagda sträckan är 34 km. Det ger oss ekvationen $\frac{x \cdot 3}{4} + \frac{5x \cdot 5}{12} = 34$ med lösningen $x = 12$. Hastigheterna är alltså 12 km/h och 60 km/h.

Veckans problem

Produkten kan skrivas:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \ldots \cdot \frac{99}{98} \cdot \frac{100}{99}$$

Efter förkortning återstår endast

$\frac{100}{2}$ varför svaret är 50.

Läxa 24

8 D

12 Antag att lådan är x dm lång och y dm bred. Vi får då att $8 \cdot x \cdot y = 480$. När lådan är 3 dm längre blir dess volym $8 \cdot (x + 3) \cdot y$ dm^3 vilket är lika med 600 dm^3.
Vi har alltså att $8xy = 480$ och att $8xy + 24y = 600$. Det medför att $480 + 24y = 600$ med lösningen $y = 5$. Den första ekvationen ger sen att $x = 12$.
De sökta måtten är alltså 12 dm och 5 dm.

Veckans problem

Eftersom en av faktorerna är $(x - x) = 0$ så blir hela produkten lika med 0.

Taluppfattning och huvudräkning

1 a) 2,05
b) 5
c) 18

2 a) 0,125
b) 1/8
c) 2^3

3 a) $\frac{25 - 5}{0,5}$
b) 40

4 A, C och D

5 25°

6 a) 0,8
b) 0,719

7 a) 15 min
b) 2/3 år
c) 36 000 s

8 a) 3/7
b) 36 cm^2
c) 34 cm

9 $\frac{1}{4} \cdot a$, $0{,}25a$ och $\frac{a}{4}$

10 a) E
b) B
c) C

Räkna och häpna

På sidan 10 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Räkna och häpna. På sidan 81 finns en generell bedömningsmatris för dessa uppgifter.

A 2^{63}

B $9{,}2 \cdot 10^{18}$

C $9{,}2 \cdot 10^{18} \cdot 40 \cdot 10^{-3}$ g =
= $368 \cdot 10^{15}$ g ≈ $3{,}7 \cdot 10^{14}$ kg =
= $3{,}7 \cdot 10^{11}$ ton

D Den årliga produktionen av vete är
$600 \cdot 10^6$ ton = $6 \cdot 10^8$ ton.
Vetet på sista rutan skulle motsvara
världsproduktionen under
$3{,}7 \cdot 10^{11} / 6 \cdot 10^8$ år ≈ 600 år.

Resonera och utveckla

På sidan 9 i lärarhandledningen finns allmänna kommentarer till avsnitten Resonera och utveckla. På sidan 80 finns en specifik bedömningsmatris för just denna uppgift.

1 11 cm och 9 cm

2 a) 40 cm
b) 99 cm^2

3 Omkretsen är lika stor.

4 1 % mindre area

5 Även en kvadrat är en rektangel.

6 Med 20 % förändring blir sidorna 12 cm och 8 cm. Omkretsen är fortfarande 40 cm och arean 96 cm^2. Arean minskar med 4 %. Med 30 % förändring blir sidorna 13 cm och 7 cm. Det är fortfarande samma omkrets medan arean nu är 91 cm^2 – en minskning med 9 %. Ju större den procentuella förändringen av sidornas längd är, desto större är den procentuella minskningen av arean.

7 Vi kallar kvadratens sida för a. Omkretsen är $4a$ och arean a^2. Om vi förändrar längden med 10 % så blir de nya sidlängderna $1{,}1a$ och $0{,}9a$. Omkretsen av den nya rektangeln är lika med $4a$ och arean $0{,}99a^2$. Minskningen i procent är
$\frac{0{,}01a^2}{a^2} = 0{,}01 = 1\ \%$.
På motsvarande sätt kan vi visa förändringen vid 20 % och 30 %.